



[www.estudar.com.br](http://www.estudar.com.br)

# Lista de Exercícios

## Equações de Reta, Plano e

### Superfícies Esféricas

#### Geometria Analítica FEI





## 1. Sistema de Coordenadas

*Elaboração Própria*

Dados os pontos  $X = (1, 3, 5)$ ,  $Y = (1, 3, 1)$ , em relação a um sistema de coordenadas ortogonais  $S = (0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

- Determine o vetor  $\overrightarrow{XY}$ .
- Determine as coordenadas do ponto médio  $M$  do segmento  $XY$ .



## 2. Equação da Reta

*Elaboração Própria*

Determine as equações paramétricas e simétricas da reta que contém os pontos  $X(1, 3, -2)$  e  $Y(2, 0, 3)$ .

## 3. Equação da Reta

*Elaboração Própria*

Uma reta é dada pela sua equação simétrica  $r: \frac{3x-2}{5} = \frac{1+y}{3} = -z$ , determine as equações paramétricas e vetorial.



## 4. Equação do Plano

*Elaboração Própria*

Considere o plano  $\pi$  que passa pelo ponto  $A(2, 1, -1)$  e é paralelo aos vetores  $\vec{u} = (2, -2, 1)$  e  $\vec{v} = (-1, 3, -2)$ .

Determine a equação vetorial, o sistema de equações paramétricas e a equação geral para esse plano.

## 5. Equação do Plano

*Elaboração Própria*

Encontre a equação geral do plano  $\alpha$  que passa pelos pontos  $A(2, 1, 2)$ ,  $B(3, 0, 3)$  e  $C(4, 1, 1)$ .

## 6. Ponto Simétrico

*P2 2014.1 Diurno Geometria Analítica FEI, Exercício 4*

Determine as coordenadas do ponto  $P'$  simétrico ao ponto  $P = (2, -2, 0)$  em relação à reta  $r: \frac{x-2}{-1} = y = \frac{z-3}{3}$ .

## 7. Ponto Simétrico

*Simulado P2 Geometria Analítica FEI, Exercício 1*

Dado o plano  $\pi: x - y - 2z + 4 = 0$  e o ponto  $P = (1, 2, 1)$ , ache o ponto  $P'$  simétrico a  $P$  em relação ao plano  $\pi$ .



## 8. Ponto Simétrico

*P2 2013.2 Diurno Geometria Analítica FEI, Exercício 3*

Escrever um sistema de equações paramétricas da reta  $s$ , que é simétrica da reta  $r: (x, y, z) = (7, 4, -3) + \lambda(6, 3, -1), \lambda \in \mathbb{R}$  em relação ao plano  $\pi: 3x + y - z - 6 = 0$ .

## 9. Ponto Simétrico

*Simulado 3 P3 Geometria Analítica, FEI, Exercício 3*

Determinar as coordenadas do ponto  $Q$ , simétrico ao ponto  $P = (6, -3, 3)$  em relação à reta  $r: \frac{x-1}{3} = y = 2 - z$ .

## 10. Plano Tangente

*Elaboração Própria*

É dada uma superfície de centro  $C(1, 2, 0)$  e ponto de tangência  $P(2, 3, 1)$  contido no plano  $\pi$ . Sabendo disso, determine a equação do plano tangente.

## 11. Vetor Normal e Plano Tangente

*Elaboração Própria*

Determine uma equação geral para o plano  $\pi$ , onde o ponto  $A(2, 3, 1)$  está contido nesse plano e é paralelo ao plano  $\pi_1$  definido por:

$$\pi_1: 2x - y - 3z + 5 = 0$$



## 12. Superfície Esférica

*Elaboração Própria*

Determine o centro e o raio da esfera  $x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 6z + \frac{25}{4} = 0$ .

## 13. Superfície Esférica

*Elaboração Própria*

Seja a superfície esférica  $S$  de equação reduzida:

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 11$$

E com ponto de tangência  $P = (3, 4, 3)$ . Determine a equação do plano tangente.

## 14. Superfície Esférica

*Simulado 3 P3 Geometria Analítica, FEI, Exercício 5a*

A superfície esférica  $S$  tem centro no ponto  $C = (2, 1, -1)$  e tangencia o plano  $\pi: 2x - y + 2z - 2 = 0$ , Pede-se determinar:

A equação geral da superfície esférica.



## Gabarito

1.

a.  $\overrightarrow{XY} = (0, 0, 4)$

b.  $M(1, 3, 3)$

$$2. \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 3 - 3\lambda \\ z = -2 + 5\lambda \end{cases}; x - 1 = \frac{-y+3}{3} = \frac{z-2}{5}$$

$$3. \begin{cases} x = \frac{2}{3} + \frac{5}{3}\lambda \\ y = -1 + 3\lambda \\ z = -\lambda \end{cases}; X = \left(\frac{2}{3}, -1, 0\right) + \lambda \cdot \left(\frac{5}{3}, 3, -1\right)$$

4.

Equação vetorial:  $(x, y, z) = (2, 1, -1) + \lambda(2, -2, 1) + \mu(-1, 3, -2)$

Sistema de Equações Paramétricas: 
$$\begin{cases} x = 2 + 2\lambda - \mu \\ y = 1 - 2\lambda + 3\mu \\ z = -1 + \lambda - 2\mu \end{cases}$$

Equação Geral do Plano:  $x + y - 2z = 5$

5.  $x + y + 2z = 9$

6.  $P' = (4, 0, 0)$

7.  $P' = \left(\frac{2}{3}, \frac{7}{3}, \frac{5}{3}\right)$

$$8. s: \begin{cases} x = 1 - 6\lambda' \\ y = 1 - \lambda' \\ z = -2 + 3\lambda' \end{cases}$$



9.  $Q = (2,5, -1)$

10.  $x + y + z - 6 = 0$

11.  $\pi: 2x - y - 3z - 2 = 0$

12.  $C \left( \frac{1}{2}, -1, 3 \right)$  e raio 2.

13.  $x + y + 3z - 16 = 0$

14.  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = \frac{1}{9}$