



estudar.com.vc

Probabilidade

Formulário e Exercícios P1





Conceitos Ensinados e Fórmulas

1. Métodos de Contagem

a. Permutação

$$P_n = n!$$

b. Combinação

$$\frac{(N)_n}{P_n} = \binom{N}{n} = \frac{(N)_n}{n!} = \frac{N!}{n!(N-n)!} = C_{N,n}$$

c. Arranjos

$$(N)_n = \frac{N!}{(N-n)!} = N(N-1) \dots (N-n+1)$$

2. Probabilidade Condicional e Total

a. Probabilidade Condicional

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

b. Regra da multiplicação para $P(A \cap B)$

$$P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B) = P(B|A) \cdot P(A)$$

c. Teorema da Probabilidade Total

$$P(B) = \sum_{i=1}^k P(A_i \cap B) = \sum_{i=1}^k P(B|A_i)P(A_i)$$



3. Variáveis Aleatórias Discretas

a. Distribuição de Probabilidade

$$P[X = x] = P(\text{todos } s \in S : X(s) = x)$$

b. Distribuição Acumulada

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{y: y \leq x} P[X = y]$$

c. Propriedades

$$\begin{aligned} P[X = x] &\geq 0 \\ \sum_{\text{todos os possíveis } x} P[X = x] &= 1 \end{aligned}$$

4. Variáveis Aleatórias Contínuas

a. Densidade de Probabilidade

$$f(x) \geq 0 \text{ para todo } x$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) = 1 \text{ (área sob o gráfico de } f(x))$$

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx, \text{ com } a \leq b$$

b. Distribuição Acumulada

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} = F'(x)$$



c. Propriedades

$$P(X > a) = 1 - P(X \leq a) = 1 - F(a)$$

$$P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a)$$

Exercícios P1 2015

1. Teorema de Bayes e Probabilidade Total

P1 - 2015

Questão 1: Historicamente sabe-se que 10% dos artigos de uma firma são de segunda qualidade. Um inspetor de controle de qualidade da firma examina os artigos de um lote classificando-os como de primeira qualidade ou de segunda qualidade. Este profissional pode cometer erros de classificação. A chance de classificar um artigo de primeira categoria como sendo de segunda é de 0,3. A probabilidade de que classifique um artigo de segunda categoria como sendo de primeira é de 0,4.

- a. Se um artigo foi classificado como de primeira qualidade, qual a probabilidade de que a classificação esteja incorreta?
- b. Considere que se um produto é classificado incorretamente, a probabilidade de que o gerente de qualidade identifique o erro do inspetor seja de 15%. Uma vez identificado o erro a probabilidade do gerente encaminhar o inspetor para um programa de treinamento é de 25%. Se o erro não for identificado, esta probabilidade é de 17%. Finalmente, o inspetor não é encaminhado para treinamento se não houve erro de classificação. Qual a probabilidade de que o inspetor seja encaminhado para o treinamento?



2. Distribuição de Probabilidade e Combinações

P1 - 2015

Milton e Victor combinam de se encontrar entre 18 e 19 horas para jantar em um restaurante italiano. Sejam X = hora de chegada de Victor e Y = hora de chegada de Milton. Suponha que X e Y sejam independentes com distribuição uniforme no intervalo $[18; 19]$.

- Determine a probabilidade de que ambos cheguem entre 18:30 e 18:45
- Imagine agora que 10 alunos marquem de jantar neste restaurante e que a hora da chegada seja independente. Assuma ainda que a hora de chegada de cada um tenha distribuição uniforme no intervalo $[18;19]$. Qual a probabilidade de que exatamente 2 alunos cheguem antes das 18:30?
- Qual a probabilidade de que Milton e Victor cheguem antes das 18:45 e apenas três dos oito alunos restantes cheguem após 18:45?

3. Densidade de Probabilidade e Combinações

P1 - 2015

O tempo de vida, em horas, de um chip de um computador é uma variável aleatória com função densidade de probabilidade dada por;

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k}{x^2}, & x > 100 \\ 0, & x \leq 100 \end{cases}$$

- Encontre k de forma que $f(x)$ seja uma função densidade de probabilidade.
- Qual a probabilidade de um chip durar mais que t horas?
- Qual a probabilidade de que exatamente dois de 5 chips do aparelho tenham que ser trocados nas primeiras 150 horas de operação? Suponha que os eventos em



que o chip i tem que ser substituído dentro desse intervalo sejam mutuamente independentes.

4. Densidade de Probabilidade e Combinações

P1 - 2015

Questão 4: A função densidade de X é dada por

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Considere $Y = e^X$

- a. Calcule $P(e^X \leq 1,7)$
- b. Determine a função densidade acumulada de Y
- c. Determine a função densidade de probabilidade de Y



Gabarito

1.

a. 0,06

b. 0,0564

2.

a. 1/16

b. 0,0439

c. 0,1168

3.

a. 100

b. 100/t

c. 0,3292

4.

a. $\ln(1,7)$

$$\text{b. } F_Y(y) = \begin{cases} 0, & y \leq 0 \\ 0, & 0 < y < 1 \\ \ln(y), & 1 \leq y \leq e \\ 1, & y > e \end{cases}$$

$$\text{c. } f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{y}, & \text{se } 1 \leq y \leq e \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$