www.estudar.com.vc

Álgebra Linear I

Fuja do Nabo P2 2018.1

Resumo e Lista de Exercícios

Fórmulas e Resumo Teórico Parte 1

1. Mudança de Base

Para mudar de base, temos que escrever os vetores da base que queremos sair em função dos vetores da base que queremos chegar. Para isso, usamos a **matriz de mudança de base**. Primeiro, colocamos os vetores em notações matriciais:

$$[\vec{v}]_B = \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{bmatrix}, [\vec{v}]_F = \begin{bmatrix} x_F \\ y_F \\ z_F \end{bmatrix}$$

Então, podemos passar o vetor $\vec{v}$ da base F para a base B usando essa matriz de mudança de base, desse jeito:

$$[\vec{v}]_B = M_{BF}[\vec{v}]_F$$

Essa matriz de mudança de base é construída colocando as coordenadas dos vetores da base de saída na base de chegada:

$$M_{BF} = \left[[\vec{f_1}]_B \quad [\vec{f_2}]_B \quad [\vec{f_3}]_B \right]$$

Propriedades

Temos duas propriedades de matriz de mudança de base que costumam ser cobradas em prova, que são:

- $M_{BF} = M_{FB}^{-1}$
- $M_{BF} = M_{BG}M_{GF}$

2. Orientação de V^3

Conseguimos dar uma orientação para o V^3 a partir das bases existentes nele. Podemos checar se duas bases têm a mesma orientação usando a matriz de mudança de base entre elas:

- B e F têm mesma orientação ⇔ $\det(M_{BF}) > 0$ (orientação positiva)
- B e F têm orientações opostas ⇔$\det(M_{BF}) < 0$ (orientação negativa)

3. Produto Vetorial

Esse é outro produto que definimos entre vetores. Esse produto entre dois vetores gera um outro vetor, o que é condizente com o seu nome. Ele é definido como:

$$\vec{x} = \vec{u} \wedge \vec{v}, \text{ tal que} \begin{cases} \vec{0}, \text{ se } \vec{u} = \vec{0} \text{ ou } \vec{v} = \vec{0} \\ \|\vec{x}\| = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \operatorname{sen} \theta \end{cases}$$

Esse produto gera um vetor **ortogonal** a ambos os vetores que estão sendo multiplicados, ou seja:

$$\vec{x} \perp \vec{u} \; e \; \vec{x} \perp \vec{v}$$

A partir da definição, conseguimos concluir que:

$$\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{0} \Leftrightarrow \{\vec{u}, \vec{v}\} \text{ é LD (vetores paralelos)}$$

O produto vetorial possui uma aplicação importante, porque serve para calcular a área de polígonos. A área do paralelogramo formado por $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é:

$$A = \|\vec{u} \wedge \vec{v}\|$$

Já a área do triângulo formado pelos mesmos vetores é:

$$A = \frac{\|\vec{u}\wedge\vec{v}\|}{2}$$

Agora, podemos usar essa definição também para descobrir a altura em relação a alguma base do triângulo:

$$A = b.h,\ h = \frac{\|\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\|}{\|\overrightarrow{AB}\|} \text{ é a altura do triângulo } ABC \text{ em relação a base } AB$$

Se os vetores envolvidos no produto vetorial estiverem em uma **base ortonormal positiva $\boldsymbol{B}$**, podemos calculá-lo da seguinte forma:

$$\vec{u}\wedge\vec{v} = \det\begin{bmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{bmatrix}, \text{onde } \vec{u} = (x_1, y_1, z_1)_B \text{ e } \vec{v} = (x_2, y_2, z_2)_B$$

Resolvendo esse determinante pelo Método de Laplace, pegando os cofatores da primeira linha, temos:

$$\vec{u}\wedge\vec{v} = \det\begin{pmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{pmatrix}\hat{\imath} - det\begin{pmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{pmatrix}\hat{\jmath} + det\begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{pmatrix}\hat{k}$$

Propriedades

O produto vetorial possui algumas propriedades muito importantes:

- $\vec{u}\wedge\vec{v} = -\vec{v}\wedge\vec{u}$
- $(\vec{a} + \vec{b})\wedge\vec{v} = \vec{a}\wedge\vec{v} + \beta\vec{b}\wedge\vec{v}$
- $\alpha\vec{a}\wedge\beta\vec{v} = \alpha\beta(\vec{a}\wedge\vec{v})$

4. Produto Misto

O produto misto é um produto que engloba tanto o produto vetorial quanto o produto escalar. Ele é definido como:

$$[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = \vec{u} \wedge \vec{v} \cdot \vec{w} = \vec{u} \cdot (\vec{v} \wedge \vec{w})$$

Podemos fazer o produto vetorial entre os dois primeiros vetores ou os dois últimos. O mais importante é lembrar que precisamos calcular o produto vetorial **antes** do produto escalar.

Uma aplicação importante do produto misto é o cálculo de **volumes** de **sólidos**. Podemos calcular o volume de um paralelepípedo formado por $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ como:

$$V = |[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]|$$

Já para o volume de um tetraedro, fazemos:

$$V = \frac{|[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]|}{6}$$

Por fim, podemos, também, encontrar a **altura** de um tetraedro relativo a alguma base. Considerando o tetraedro definido pelos vértices A, B, C, D, a altura do tetraedro em relação ao triângulo ΔABC é:

$$V = A.h, \quad h = \frac{|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}]|}{\|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\|}$$

Novamente, se os vetores estiverem em uma **base ortonormal positiva**, podemos calcular esse produto misto como:

$$[\vec{u},\vec{v},\vec{w}] = det\begin{bmatrix} x_u & y_u & z_u \\ x_v & y_v & z_v \\ x_w & y_w & z_w \end{bmatrix}$$

Propriedades

Algumas propriedades importantes do produto misto são:

- $[\vec{a}+\vec{b},\vec{v},\vec{w}] = [\vec{a},\vec{v},\vec{w}] + [\vec{b},\vec{v},\vec{w}]$
- $[\alpha\vec{u},\beta\vec{v},\gamma\vec{w}] = \alpha\beta\gamma[\vec{u},\vec{v},\vec{w}]$
- $[\vec{u},\vec{v},\vec{w}] = -[\vec{v},\vec{u},\vec{w}] = [\vec{v},\vec{w},\vec{u}]$ (Altera o sinal ao alterar uma posição)
- $[\vec{u},\lambda\vec{u},\vec{w}] = 0$ (Produto misto de um conjunto LD é zero)
- $[\vec{u},\vec{v},\vec{w}]$ não se altera ao adicionar uma combinação linear dos outros vetores:

$$[\vec{u},\vec{v}+\lambda\vec{u}+\alpha\vec{w},\vec{w}] = [\vec{u},\vec{v},\vec{w}]$$

Produto Misto na Mudança de Base

Podemos usar o produto misto também para calcular o **determinante** da matriz de mudança de base, fazendo o produto misto da base de saída dividido pelo produto misto da base de entrada:

$$\det(M_{BF}) = \frac{[\overrightarrow{f_1},\overrightarrow{f_2},\overrightarrow{f_3}]}{[\overrightarrow{b_1},\overrightarrow{b_2},\overrightarrow{b_3}]}$$

Isso nos permite descobrir, também, a orientação de bases. Se o V^3 está orientado,

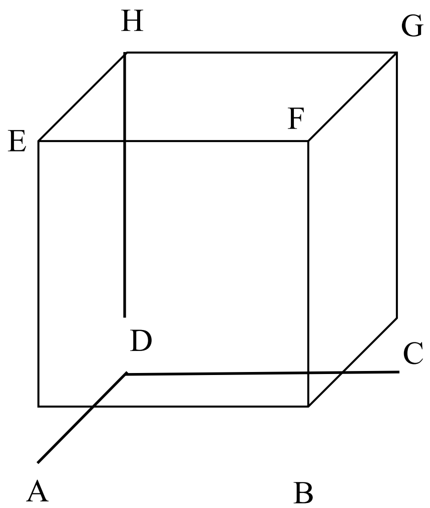
$[\vec{u},\vec{v},\vec{w}] > 0 \Leftrightarrow (\vec{u},\vec{v},\vec{w})$ é base positiva
$[\vec{u},\vec{v},\vec{w}] < 0 \Leftrightarrow (\vec{u},\vec{v},\vec{w})$ é base negativa
$[\vec{u},\vec{v},\vec{w}] = 0 \Leftrightarrow \{\vec{u},\vec{v},\vec{w}\}$ é LD

Exercícios Parte 1

1. Matriz de Mudança de Base

P2 2016 Álgebra Linear I, exercício 14

Considere no espaço E^3 um cubo cujos vértices são A, B, C, D, E, F, G, H em que ABCD, ADHE e ABFE são faces desse cubo, como ilustrado na figura abaixo:



Sejam B e C as bases de V^3dadas por:

$$B = \{\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DH}\} \text{ e } C = \{\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{DG}\}.$$

Se M_{BC} é a matriz real $3x3$ tal que

$$M_{BC}[\vec{v}]_C = [\vec{v}]_B,$$

para todo $\vec{v} \in V^3$,então o determinante de M_{BC} é igual a:

A. 1
B. -1
C. 3

D. 2
E. -2

2. Orientação de Bases

Psub 2016 Álgebra Linear I, exercício 6

Seja $B = \{\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_3}\}$ uma base de V^3. Assinale a alternativa em que a base C tenha a mesma orientação que B:

A. $C = \{\overrightarrow{e_2} - \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_3} - \overrightarrow{e_2}, -\overrightarrow{e_3}\}$
B. $C = \{\overrightarrow{e_3}, \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_1}\}$
C. $C = \{\overrightarrow{e_1} + \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_2} - \overrightarrow{e_3}, 2\overrightarrow{e_3}\}$
D. $C = \{-\overrightarrow{e_2}, -\overrightarrow{e_3}, -\overrightarrow{e_1}\}$
E. $C = \{\overrightarrow{e_3}, -\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}\}$

3. Propriedades de Produto Vetorial

P2 2017 Álgebra Linear I, exercício 7

Sejam $\vec{v}, \vec{w} \in V^3$ tais que $\|\vec{v}\| = \sqrt{3}, \|\vec{w}\| = 2$ e tais que a medida do ângulo entre $\vec{v}$ e $\vec{w}$ seja igual a $\frac{\pi}{3}$. Temos que a equação:

$$\|(\alpha\vec{v} - \vec{w}) \wedge (2\vec{v} + 3\vec{w})\| = 3$$

na incógnita real α tem duas soluções distintas. A soma dessas duas soluções é igual a:

A. $-\frac{4}{3}$
B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{4}{3}$

D. $-\frac{2}{3}$

E. $-\frac{1}{3}$

4. Produto Vetorial

P2 2015 Álgebra Linear I, exercício 5

Considere os pontos $A = (1,2,-1), B = (-1,0,-1)$ e $C = (2,1,2)$. A altura do triângulo ABC relativa à base BC é igual a:

A. $2\sqrt{\frac{22}{19}}$

B. $\sqrt{\frac{22}{19}}$

C. $\frac{\sqrt{22}}{19}$

D. $2\frac{\sqrt{22}}{19}$

E. $\sqrt{\frac{19}{22}}$

5. Produto Misto

P2 2015 Álgebra Linear I, exercício 13

Sejam $\vec{v}, \vec{w}, \vec{z}, \overrightarrow{z_1}, \overrightarrow{z_2} \in V^3$. Considere as seguintes afirmações:

I. Se $[\vec{v}, \vec{w}, \vec{z}] = 5$, então $[\vec{v}, \vec{w} + 2\vec{z}, \vec{z} - 3\vec{v}] = 5$;

II. Se $[\vec{v}, \vec{w}, \overrightarrow{z_1}] = 2$ e $[\vec{v}, \vec{w}, \overrightarrow{z_2}] = 3$, então $[\vec{v}, \vec{w}, \overrightarrow{z_1} + 3\overrightarrow{z_2}] = 11$;

III. $[\vec{v}, \vec{w}, \vec{z}] = [\vec{w}, \vec{z}, \vec{v}]$;

Assinale a alternativa correta:

A. Apenas a afirmação III. é necessariamente verdadeira.
B. Apenas a afirmação I. é necessariamente verdadeira.
C. Apenas as afirmações I. e III. são necessariamente verdadeiras.
D. Todas as afirmações são necessariamente verdadeiras.
E. Apenas as afirmações II. e III. são necessariamente verdadeiras.

6. Produto Misto

P2 2015 Álgebra Linear I, exercício 11

Considere os pontos:

$$A = (1,1,1), B = (2,2,1), \;\; C = (2,1,2), \qquad D = (1,2,2)$$

e seja h a altura do tetraedro $ABCD$ relativa à base ABC. Pode-se afirmar que:

A. $h < \frac{1}{2}$
B. $\frac{1}{2} \leq h < 1$
C. $h \geq 2$
D. $\frac{3}{2} \leq h < 2$
E. $1 \leq h < \frac{3}{2}$

Gabarito

1. Alternativa E.

2. Alternativa C.

3. Alternativa A.

4. Alternativa A.

5. Alternativa D.

6. Alternativa E.

Fórmulas e Resumo Teórico Parte 2

1. Sistema de Coordenadas

Podemos definir um sistema de coordenadas usando um **ponto** no espaço e uma **base** no V^3. O sistema de coordenadas $S = (O, E)$ é o sistema com origem no ponto O e base E. Se E é **ortonormal**, dizemos que S é um **sistema ortogonal.**

Dizemos que um ponto, descrito em um sistema de coordenadas, é o vetor que liga a **origem** ao ponto:

$$\text{Ponto } P = \overrightarrow{OP} = (x, y, z)_S$$

Com isso, definimos que o vetor que liga dois pontos é:

$$\overrightarrow{PQ} = (x_Q - x_P, y_Q - y_P, z_Q - z_P)_E$$

Além disso, conseguimos somar um ponto com um vetor, atingindo outro ponto Q, dessa forma:

$$P + \lambda\vec{v} = (x + \lambda a, y + \lambda b, z + \lambda c)_S = Q$$

Com essas definições, conseguimos calcular o **ponto médio** entre dois pontos como:

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2}\right)$$

Se S for **ortogonal**, a distância entre 2 pontos é:

$$dist(P,Q) = \|\overrightarrow{PQ}\| = \sqrt{(x_Q - x_P)^2 + (y_Q - y_P)^2 + (z_Q - z_P)^2}$$

2. Retas

Conseguimos definir uma reta usando um **ponto $\boldsymbol{A}$** pertencente a ela e um **vetor $\vec{\boldsymbol{v}}$** que seja paralelo a ela. Assim, somando o ponto a um múltiplo desse vetor, conseguimos atingir qualquer ponto X da reta.

Portanto, conseguimos escrever uma equação vetorial para descrever uma reta:

$$r: X = A + \lambda\vec{v} \quad (\lambda \in \mathbb{R})$$

Considerando $A = (x_0, y_0, z_0)_S$, $\vec{v} = (a, b, c)_E$ e $X = (x, y, z)_S$, conseguimos descrever a reta de outra forma, manipulando a equação vetorial para obtermos uma **equação paramétrica**:

$$r: \begin{cases} x = x_0 + \lambda a \\ y = y_0 + \lambda b \\ z = z_0 + \lambda c \end{cases} (\lambda \in \mathbb{R})$$

Agora, se isolarmos o λ nas equações acima, conseguimos escrever **equações simétricas**:

$$\lambda = \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$$

Todas as 3 formas podem ser utilizadas para representar uma reta no espaço.

3. Planos

Para definir planos no espaço, precisamos de **dois** vetores que sejam LI. Assim, para conseguirmos encontrar qualquer vetor X em um plano π, precisamos de um **ponto A** do plano e **dois vetores $\vec{v}$ e $\vec{u}$** paralelos ao plano.

Com isso, conseguimos escrever a seguinte **equação vetorial** para descrever um plano:

$$\pi: X = A + \lambda\vec{v} + \mu\vec{u} \;\; (\lambda, \mu \in \mathbb{R})$$

Agora, considerando $A = (x_0, y_0, z_0)_S$, $\vec{v} = (e, f, g)_E$, $\vec{u} = (m, n, p)_E$ e $X = (x, y, z)_S$, podemos usar a equação vetorial para obter a **equação paramétrica** de um plano:

$$\pi: \begin{cases} x = x_0 + \lambda e + \mu m \\ y = y_0 + \lambda f + \mu n \\ z = z_0 + \lambda g + \mu p \end{cases} \;\; (\lambda, \mu \in \mathbb{R})$$

Temos uma última equação, chamada de **equação geral** de um plano. Para encontrá-la, passamos o ponto A para o outro lado da equação vetorial. Assim, chegamos que:

$$X - A = \overrightarrow{AX} = \lambda\vec{v} + \mu\vec{u} \;\; (\lambda, \mu \in \mathbb{R})$$

Com isso, temos que o $\overrightarrow{AX}$ é **combinação linear** de $\vec{v}$ e $\vec{u}$. Portanto, temos que

$$\det\begin{bmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ e & f & g \\ m & n & p \end{bmatrix} = 0$$

Resolvendo esse determinante, chegaremos na **equação geral** de um plano, que tem o seguinte formato:

$$\pi: ax + by + cz + d = 0$$

Esses coeficientes a, b, c são as **coordenadas** de um vetor **normal** ao plano, ou seja, $\vec{n} = (a, b, c)_{\mathrm{E}}$.
Podemos definir um vetor normal $\vec{n}$ ao plano π pelo produto vetorial entre os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$:

$$\vec{n} = \vec{u} \wedge \vec{v}$$

4. Posições Relativas

Reta-Plano

Se o vetor diretor da reta r for **ortogonal** ao vetor normal $\vec{n}$ do plano π, isso significa que o vetor diretor da reta é **paralelo** ao plano π, e portanto, a reta também é paralela. Nisso, temos dois casos:

a. Se r e π possuem ao menos 1 ponto em comum, a reta r está contida em π: $r \subset \pi$.
b. Se r e π não possuem pontos em comum, r é somente paralela a π: $r \cap \pi = \emptyset$.

Caso contrário, r e π são transversais, ou seja, possuem **apenas** um ponto P em comum ($r \cap \pi = P$).

Para encontrar a intersecção, podemos igualar as equações vetoriais da reta e do plano e encontrar se há pontos que satisfazem essa igualdade.

a. Se houver somente um ponto, r e π são transversais.
b. Se houver infinitos pontos, r está contida em π.

c. Se não houver pontos, r é somente paralela a π.

Plano-Plano

Se os vetores normais aos planos π_1 e π_2 forem LD, ou seja, se $\{\overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{n_2}\}$ for LD, temos que os planos são paralelos. Nisso, temos dois casos:

a. Se π_1 e π_2 possuem ao menos 1 ponto em comum, então $\pi_1 = \pi_2$.
b. Se π_1 e π_2 não possuem ponto em comum, então os planos são paralelos, porém não há intersecção ($\pi_1 \cap \pi_2 = \emptyset$).

Caso os vetores normais aos planos π_1 e π_2 sejam LI, ou seja, se $\{\overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{n_2}\}$ for LI, então a intersecção entre os planos é uma **reta** ($\pi_1 \cap \pi_2 = r$)

Para achar a intersecção, podemos igualar as equações dos planos.

Reta-Reta

Se o conjunto dos vetores diretores das retas r e s for LD, então as retas são **paralelas**. Nisso, temos dois casos:

a. Se as retas possuem ao menos 1 ponto em comum, então $r = s$.
b. Se as retas não possuem ponto em comum, então elas são somente paralelas entre si ($r \cap s = \emptyset$).

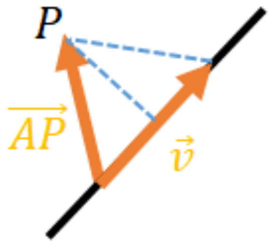
Se o conjunto dos vetores diretores das retas r e s for LI, pegue um ponto $A \in r$ e outro ponto $B \in s$.

a. Se o conjunto $\{\vec{r}, \vec{s}, \overrightarrow{AB}\}$ for LI, as retas r, s são reversas.
b. Se o conjunto $\{\vec{r}, \vec{s}, \overrightarrow{AB}\}$ for LD, as retas r, s são concorrentes, e têm um único ponto em comum.
c. Para achar a intersecção, podemos igualar as equações vetoriais das duas retas.

5. Distâncias

Ponto-Reta

A distância entre um ponto P e uma reta r é a reta **ortogonal** que liga a reta ao ponto. Desenhando um vetor $\overrightarrow{AP}$, ligando um ponto qualquer da reta ao ponto P e o vetor diretor $\vec{v}$ da reta, temos:

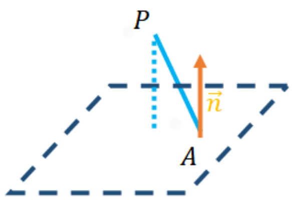


Essa distância é a altura do triângulo de lados $\overrightarrow{AP}$ e $\vec{v}$. Então, a fórmula da distância vai ser igual à fórmula da altura de um triângulo relativa à base definida por $\vec{v}$:

$$d(P,r) = \frac{\|\overrightarrow{AP} \wedge \vec{v}\|}{\|\vec{v}\|}$$

Ponto-Plano

A distância entre um ponto P e um plano π é a reta **ortogonal** a π que liga o ponto ao plano. Desenhando um vetor $\overrightarrow{AP}$ ligando um ponto A do plano ao ponto P, temos:



Assim, a distância entre o ponto P e o plano π será a **altura** do paralelepípedo definido pelos dois vetores diretores do plano, no caso $\vec{u}$ e $\vec{v}$. Portanto, usando a fórmula, que já conhecemos, essa distância será:

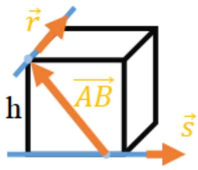
$$d(P,\pi) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{AP},\ \vec{u},\vec{v}\right]\right|}{\|\vec{u}\wedge\vec{v}\|}$$

Reta-Reta

Existem dois casos de distância entre retas:

a. Se forem paralelas, a distância entre as retas é sempre a mesma. Então, podemos pegar um ponto A da reta r e fazer $d(A,s)$.

b. Se não, elas serão reversas. Com isso, a distância entre elas será a reta **ortogonal** tanto a r quanto a s. Ligando um ponto A de uma das retas a um ponto B da outra, temos:



Assim, a distância entre as retas será a **altura** do paralelepípedo definido pelos vetores diretores de r e de s e o vetor $\overrightarrow{AB}$:

$$d(r,s) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{AB},\ \vec{r},\vec{s}\right]\right|}{\|\vec{r}\wedge\vec{s}\|}$$

Exercícios Parte 2

1. Equações de Planos

P2 2016 Álgebra Linear I, exercício 7

Considere o plano $\pi: x + y + z = 1$ e seja $P = (x_0, y_0, z_0)$ o ponto simétrico à origem O em relação ao plano π, isto é, o ponto P tal que o vetor $\overrightarrow{OP}$ seja ortogonal a π e o ponto médio do segmento OP esteja em π. Temos que $x_0 + y_0 - z_0$ é igual a:

A. 2
B. $\frac{2}{3}$
C. $\frac{1}{3}$
D. -2
E. 3

2. Posição Relativa - Reta e Plano

P2 2014 Álgebra Linear I, exercício 9

Acerca do plano π de equação $x - 3y - z = 1$ e da reta r de equação

$$\begin{cases} x + y + z = 4 \\ x + 3y + 2z = 2 \end{cases}$$

pode-se afirmar que:

A. r não é paralela e nem perpendicular a π, e um vetor diretor de r faz um ângulo de 60 graus com um vetor normal a π.
B. r está contida em π.

C. r é perpendicular a π.

D. r não é paralela nem perpendicular a π, e um vetor diretor de r faz um ângulo de 45 graus com um vetor normal a π.

E. r é paralela a π, mas não está contida em π.

3. Posição Relativa - Retas

P2 2015 Álgebra Linear I, exercício 14

Considere as retas:

$$r: X = (1,0,1) + \lambda(1,-2,1), \lambda \in \mathbb{R};\ s: X = (1,-1,0) + \mu(1,1,1), \mu \in \mathbb{R};$$
$$t: \begin{cases} z = 2, \\ x + y - 4 = 0. \end{cases}$$

Assinale a alternativa correta:

A. r e s são concorrentes, s e t são reversas

B. $r = s = t$

C. r e s são concorrentes, s e t são concorrentes

D. r e s são reversas, s e t são concorrentes

E. r e s são reversas, s e t são reversas

4. Distância - Ponto e Plano

P2 2017 Álgebra Linear I, exercício 2

A distância do ponto $P = (1,2,3)$ ao plano

$$\pi: \begin{cases} x = -1 - \lambda + \mu, \\ y = 2 + \lambda + \mu, \qquad \lambda, \mu \in \mathbb{R} \\ z = -2 + 2\lambda - \mu, \end{cases}$$

é igual a:

A. $\frac{16}{\sqrt{14}}$
B. $\sqrt{14}$
C. $\frac{16}{\sqrt{12}}$
D. $\frac{20}{\sqrt{14}}$
E. $\frac{4}{\sqrt{14}}$

5. Distância - Retas

P2 2015 Álgebra Linear I, exercício 6

Considere as retas:

$$r:\begin{cases} x = 1 + \lambda, \\ y = 2 - 2\lambda, \lambda \in \mathbb{R}; \\ z = 1 - \lambda, \end{cases} \qquad s:\begin{cases} x + y - z - 3 = 0, \\ x - y + 3z + 1 = 0. \end{cases}$$

A distância entre r e s é igual a:

A. $\frac{7}{6}$
B. $\sqrt{\frac{6}{5}}$
C. $\frac{\sqrt{5}}{12}$
D. $\frac{6}{7}$
E. $\sqrt{\frac{5}{6}}$

Gabarito

1. Alternativa B.
2. Alternativa E.
3. Alternativa D.
4. Alternativa A.
5. Alternativa E.