



www.estudar.com.vc

Técnicas de Integração

Exercício 3d Integração por Partes

Resolução





3. Calcule as seguintes integrais, utilizando a técnica de integral por partes:

d. $\int e^x \cos x \, dx$

Podemos revisar $\int e^x \cos x \, dx$ por partes definindo:

$$u = e^x \Rightarrow du = e^x dx$$

$$dv = \cos x \, dx \Rightarrow v = \sin x$$

Assim, temos que:

$$\int e^x \cos x \, dx = \int u \, dv = uv - \int v \, du = e^x \sin x - \int e^x \sin x \, dx$$

Observe que, à direita, chegamos na integral de $e^x \sin x$. Então, ao aplicar integração por partes, não obtivemos uma integral mais simples, já que inicialmente tínhamos a integral de $e^x \cos x$.

Aplicando **novamente** a integral por partes a integral $\int e^x \sin x \, dx$ que obtivemos. Definindo:

$$u = e^x \Rightarrow du = e^x dx$$

$$dv = \sin x \, dx \Rightarrow v = -\cos x$$

Logo,

$$\int e^x \sin x \, dx = \int u \, dv = uv - \int v \, du = -e^x \cos x - \int -\cos x e^x \, dx$$



$$= -e^x \cos x + \int e^x \cos x dx$$

Substituindo no resultado da primeira integração por partes:

$$\begin{aligned} \int e^x \cos x dx &= e^x \sin x - \int e^x \sin x dx = \\ &= e^x \sin x - \left[-e^x \cos x + \int e^x \cos x dx \right] = \\ &= e^x \sin x + e^x \cos x - \int e^x \cos x dx \end{aligned}$$

Observe que temos do lado direito **a mesma integral** que desejamos calcular, $\int e^x \cos x dx$, mas com sinal invertido.

Logo, isolando essa integral no lado esquerdo da equação, obtemos:

$$\begin{aligned} 2 \int e^x \cos x dx &= e^x \sin x + e^x \cos x \Rightarrow \\ \int e^x \cos x dx &= \frac{e^x}{2} (\sin x + \cos x) + K, K \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

Resposta esperada: $\frac{e^x}{2} (\sin x + \cos x) + K, K \in \mathbb{R}$