www.estudar.com.vc

Técnicas de Integração

Exercício 3b Integração por Partes

Resolução

3. Calcule as seguintes integrais, utilizando a técnica de integral por partes:

b. $\int \boldsymbol{x^2 e^x\, dx}$

A partir desse exercício, vamos utilizar a notação compacta da integração por partes:

$$\int udv = uv - \int vdu$$

Queremos calcular a integral de x^2e^x. Sabemos facilmente integrar e^x, então podemos tentar escolher as funções u e v de modo a obter uma integral sem a função x^2.

Definimos, então:

$$u = x^2 \Rightarrow du = 2xdx$$

$$dv = e^x dx \Rightarrow v = e^x$$

Substituindo na integral e integrando por partes, temos

$$\int x^2e^xdx = \int udv = uv - \int vdu = x^2e^x - \int e^x \cdot 2x\, dx =$$

$$= x^2e^x - 2\int x\, e^xdx$$

Repare que solucionamos **parcialmente** o problema, pois obtivemos à direita a integral de xe^x , que não sabemos calcular diretamente.

Podemos, então, aplicar **novamente** a integração por partes.

$$\tilde{u} = x \Rightarrow d\tilde{u} = dx$$

$$d\tilde{v} = e^x dx \Rightarrow \tilde{v} = e^x$$

Chegamos em:

$$\int x e^x dx = \int \tilde{u} d\tilde{v} = \tilde{u}\tilde{v} - \int \tilde{v} d\tilde{u} = x e^x - \int e^x dx =$$

$$= x e^x - e^x$$

Repare que obtivemos a integral de e^x, que sabemos calcular facilmente.

Substituindo no resultado da primeira integração por partes:

$$\int x^2 e^x dx = x^2 e^x - 2\int x\, e^x dx = x^2 e^x - 2[x e^x - e^x] + K =$$

$$= e^x(x^2 - 2x + 2) + K, K \in \mathbb{R}$$

Lembre-se de adicionar a constante de integração K, para contemplar todas as possíveis primitivas na integral indefinida.

Resposta esperada: $\boldsymbol{e^x(x^2 - 2x + 2) + K, K \in \mathbb{R}}$