



www.estudar.com.vc

Técnicas de Integração

Exercício 3a Integração por Partes

Resolução





3. Calcule as seguintes integrais, utilizando a técnica de integral por partes:

a. $\int x \cos x \, dx$

Primeiramente, vamos relembrar a técnica de **integração por partes**.

Suponha que queiramos calcular $\int_a^b f(x)dx$ e que existam duas funções $u(x)$ e $v(x)$ deriváveis, tais que:

$$f(x) = u(x)v'(x)$$

Então, vale a seguinte igualdade:

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b u(x)v'(x)dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b v(x)u'(x)dx$$

A integração por partes costuma ser representada da seguinte forma:

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du$$

Na nossa integral, $\int x \cos x \, dx$, seria interessante se não houvesse o x junto com o $\cos x$, já que sabemos calcular a derivada de $\cos x$ (e, também de $\sin x$).

Então, podemos chamar:

$$u(x) = x$$

$$v'(x) = \cos x$$



A primeira expressão implica que:

$$u'(x) = 1$$

Na segunda expressão, podemos integrar $v'(x)$ e calcular uma primitiva qualquer de $\cos x$. Por exemplo:

$$v(x) = \sin x$$

Assim, já temos todas as informações necessárias para integrar por partes. Substituindo em na expressão, temos que:

$$\int x \cos x \, dx = x \sin x - \int \sin x \cdot 1 \, dx = x \sin x - \int \sin x \, dx$$

Observe que a integral obtida no lado direito é mais simples que a integral original.

Logo,

$$\int x \cos x \, dx = x \sin x - (-\cos x) + K = x \sin x + \cos x + K, K \in \mathbb{R}$$

Resposta esperada: $x \sin x + \cos x + K, K \in \mathbb{R}$