www.estudar.com.vc

# Integrais

## Exercício 6a Integral Indefinida

Resolução

**6. Calcule:**

**a.** $\int x^{107} - \frac{2}{\sqrt[5]{x^8}}\ dx$

A função que está sendo integrada neste item é a soma de duas parcelas, das quais a segunda possui uma raiz quinta.

Para o cálculo de primitivas, é sempre útil escrever raízes sob a forma de potências. Temos, então:

$$\int x^{107} - \frac{2}{\sqrt[5]{x^8}}\ dx = \int x^{107} - 2\,x^{-\frac{8}{5}}\ dx$$

Cada um desses termos pode ser integrado utilizando-se a **Regra do Tombo ao contrário**: aumenta-se o expoente em uma unidade e multiplica-se a função por um fator adequado.

Para o primeiro termo, $x^{107}$, temos a primitiva:

$$\int x^{107} = \frac{x^{108}}{108}$$

A multiplicação por $\frac{1}{108}$ garante que a derivada dessa primitiva seja igual a $x^{107}$:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{x^{108}}{108}\right) = \frac{1}{108}\frac{d}{dx}(x^{108}) = \frac{108}{108}\ x^{107} = x^{107}$$

Para o segundo termo, fazemos o mesmo:

$$\int 2\,x^{-\frac{8}{5}} = \frac{2}{-\frac{3}{5}}\,x^{-\frac{3}{5}} = -\frac{10}{3}x^{-\frac{3}{5}} = -\frac{10}{3\sqrt[5]{x^3}}$$

Pois,

$$\frac{d}{dx}\left(-\frac{10}{3}x^{-\frac{3}{5}}\right) = -\frac{10}{3}\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)x^{-\frac{8}{5}} = 2\,x^{-\frac{8}{5}}$$

Somando as duas primitivas e adicionando o termo constante para contemplar todas as possíveis primitivas, temos que:

$$\int x^{107} - \frac{2}{\sqrt[5]{x^8}}\;dx = \int x^{107} - \int 2\,x^{-\frac{8}{5}} = \frac{x^{108}}{108} - \left(-\frac{10}{3\sqrt[5]{x^3}}\right) + K =$$

$$= \frac{x^{108}}{108} + \frac{10}{3\sqrt[5]{x^3}} + K, \quad K \in \mathbb{R}$$

**Resposta esperada:** $\boldsymbol{\frac{x^{108}}{108} + \frac{10}{3\sqrt[5]{x^3}} + K, \quad K \in \mathbb{R}}$