



www.estudar.com.br

Integrais

Exercício 6b

Resolução





6. Calcule:

b. $\int 2^x - \frac{1}{x} + e^x dx$

Para tornar a resolução mais clara, vamos decompor a integral na soma de três integrais, e resolver cada uma separadamente:

$$\int 2^x - \frac{1}{x} + e^x dx = \int 2^x dx - \int \frac{1}{x} dx + \int e^x dx$$

Inicialmente, temos que encontrar uma primitiva para 2^x . A técnica, nesse caso, consiste em transformar a potência, que está uma base qualquer, em uma potência na base e , usando a seguinte identidade:

$$a^x = e^{x \ln a}$$

Temos que $a = 2$. Logo,

$$\int 2^x dx = \int e^{x \ln 2} dx = \frac{e^{x \ln 2}}{\ln 2} + K_1, \quad K_1 \in \mathbb{R}$$

Utilizando-se novamente a identidade $2^x = e^{x \ln 2}$:

$$\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + K_1, \quad K_1 \in \mathbb{R}$$

Para a segunda integral, $\int \frac{1}{x} dx$, podemos usar o seguinte resultado, também bastante conhecido:



$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + K_2, \quad K_2 \in \mathbb{R}$$

Aqui é importante ter atenção com o módulo dentro do logaritmo.

Finalmente, a terceira integral também é simples:

$$\int e^x dx = e^x + K_3, \quad K_3 \in \mathbb{R}$$

Somando as três integrais e juntando K_1 , K_2 e K_3 em uma única constante, temos que:

$$\int 2^x - \frac{1}{x} + e^x dx = \int 2^x dx - \int \frac{1}{x} dx + \int e^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} - \ln|x| + e^x + K$$

$$K \in \mathbb{R}$$

Resposta esperada: $\frac{2^x}{\ln 2} - \ln|x| + e^x + K, K \in \mathbb{R}$