estudar.com.vc

Estatística II

Propriedades de Estimadores

Lista de Exercícios

1. Propriedades de Estimadores

Sabe-se que a variável aleatória de interesse é normalmente distribuída, com média diferente de zero e igual a μ. Para a variância foi utilizado o seguinte estimador:

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n-1}(X_{i+1} - X_i)^2$$

a. Verifique se o estimador proposto é viesado ao estimar o parâmetro de interesse σ^2.

b. Calcule o viés do estimador e caso este seja diferente de zero, proponha uma correção que o torne não-viesado.

2. Propriedades de Estimadores

Assumindo como $\bar{X}_1$ o gasto médio de pais com o ensino fundamental 1 (2º ao 5º ano) de uma criança e $\bar{X}_2$ o gasto médio com ensino fundamental 2 (6º ao 9º ano), foi sugerido o uso dos seguintes estimadores para o parâmetro de interesse:

$$T_1 = \frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_2}{2} \qquad T_2 = \frac{50\bar{X}_1 + 25\bar{X}_2}{75}$$

a. Esses estimadores são viesados? Se sim, qual o viés?

b. Eles são consistentes?

c. Entre os estimadores não viciados, qual deles é relativamente mais eficiente?

d. Qual dos dois é mais indicado se o objetivo de uma pesquisa é estimar a média populacional da variável de interesse? Justifique.

3. Propriedades de Estimadores

Em um supermercado, na tentativa de liquidar seus estoques, foi oferecido 15% de desconto para cada cliente na compra de determinado produto (limitado a duas unidades por cliente).
Devido às promoções anteriores, o supermercado acredita que a compra de tal produto pelos seus clientes seguirá a função de probabilidade a seguir:

$$P(X = x) = \begin{cases} 1 - \alpha - \beta, & se\ x = 0 \\ \alpha, & se\ x = 1 \\ \beta & se\ x = 2 \end{cases}$$

a. Foi proposto o seguinte estimador para β: $T_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \sum_{i=1}^{n} X_i}{2n}$. O estimador proposto é não viesado?

b. Foi proposto outro estimador onde $T_2 = T_1 + \frac{5}{2n}$. Qual estimador você recomendaria se a amostra fosse grande? E se fosse bem pequena?
DICA: Não será necessário obter a expressão exata da variância de T_1 para responder esta questão.

Gabarito

1.

a. $E(\bar{\sigma}^2) = 2(n-1)\sigma^2$, portanto é viesado

b. $Viés(\bar{\sigma}^2) = \frac{\sigma^2(2n-2-n)}{n}$

Estimador não viesado: $\frac{n.\bar{\sigma}^2}{2(n-1)}$

2.

a. T1 e T2 são não viesados para μ.

b. No limite quando n tende a infinito, $Var(T_1)$ e $Var(T_2)$ não tendem a zero, portanto nenhum dos estimaodres é consistente.

c. $Var(T_2) > Var(T_1)$, portanto T1 é mais eficiente.

d. Como T1 é o mais eficiente, este também é o mais indicado para estimar a média populacional da variável de interesse.

3.

a. $E(T_1) = \beta$, portanto o estimador é não viesado.

b. $E(T_2) = \beta + \frac{5}{2n}$, portanto é viesado.

Amostras pequenas: T1

Amostras grandes: T1 ou T2