www.estudar.com.vc

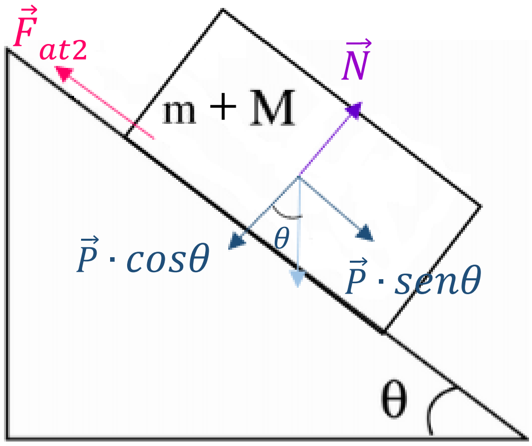
P1 Diurno 2017.1
Unicamp Adaptada
Exercício 15b Segunda Lei de Newton

Explicação

15. Um caminhão de alimentos de massa M desce uma ladeira em direção à feira a uma velocidade constante v_0. A ladeira faz uma inclinação angular θ com a horizontal. O caminhão leva para a feira uma caixa de massa m cheia de tomates. Ao avistar uma banana na pista, o feirante freia bruscamente, travando os pneus, e começa a derrapar. O coeficiente de atrito cinético entre as rodas do caminhão e o chão é μ_c, e o coeficiente estático entre a caixa de tomates e o caminhão é tal que o objeto não desliza.

b. Calcule a força de atrito exercida no caminhão e na caixa como função das variáveis do problema. Verifique seu limite para $\theta \to 0°$ e $\theta \to 90°$.

Para calcular a força de atrito exercida no caminhão, vamos assumir o conjunto caminhão + caixa. Fazemos isso porque é sobre a massa total do sistema que o atrito entre os pneus do caminhão e o solo vai agir. Temos a seguinte situação:



Separamos o peso do conjunto em suas componentes $P \cdot cos\theta$ e $P \cdot sen\theta$ para podermos comparar as forças. Observe que agora temos forças na mesma direção.

Como o sistema está em equilíbrio na direção de $\vec{N}$ e $\vec{P} \cdot cos\theta$, o módulo dessas forças deve ser igual. Assim,

$$N = P \cdot cos\theta = (M + m) \cdot g \cdot cos\theta \ (I)$$

Ainda, sabemos que a força de atrito é determinada por : $F_{at2} = N \cdot \mu_c$

Assim, podemos usar a equação encontrada em (I) para chegar em uma das equações que o problema pede:

$$F_{at2} = (M + m) \cdot g \cdot cos\theta \cdot \mu_c \ (II)$$

Agora, na direção de F_{at2} e $P \cdot sen\theta$, teremos o seguinte equilíbrio de forças:

$$F_{res} = F_{at2} - (M + m) \cdot g \cdot sen\theta = (M + m) \cdot a$$

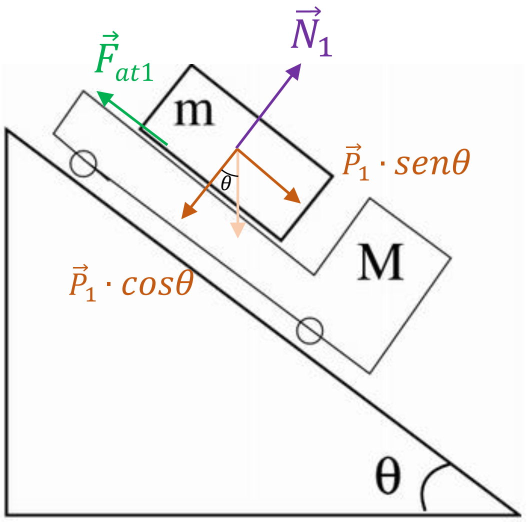
Usando a equação (II):

$$(M + m) \cdot g \cdot cos\theta \cdot \mu_c - (M + m) \cdot g \cdot sen\theta = (M + m) \cdot a \rightarrow$$

$$a = g \cdot (cos\theta \cdot \mu_c - sen\theta)$$

Sendo a a aceleração do conjunto.

Vamos voltar a tratar da caixa de tomates separadamente para encontrar a outra força de atrito pedida pelo problema, ou seja, a força de atrito entre a caixa e o caminhão $\vec{F}_{at1}$.



Temos que na direção dessa força, a caixa estará na mesma aceleração a que calculamos antes, e podemos estabelecer a seguinte relação:

$$F_{res} = F_{at1} - m \cdot g \cdot sen\theta = m \cdot a$$

Agora vamos usar a relação (II) que encontramos, e teremos:

$$F_{at1} = m \cdot g \cdot sen\theta + m \cdot g \cdot (cos\theta \cdot \mu_c - sen\theta) \rightarrow F_{at1} = m \cdot g \cdot cos\theta \cdot \mu_c$$

Finalmente, podemos chegar às conclusões finais do exercício para quando θ→0° e θ→90°:

$$\lim_{\theta \to 0^\circ} F_{at2} = \lim_{\theta \to 0^\circ} (M + m) \cdot g \cdot cos\theta \cdot \mu_c = (M + m) \cdot g \cdot \mu_c$$

$$\lim_{\theta \to 0^\circ} F_{at1} = \lim_{\theta \to 0^\circ} m \cdot g \cdot cos\theta \cdot \mu_c = m \cdot g \cdot cos\theta \cdot \mu_c$$

Ou seja, temos o atrito normal de uma superfície plana.

$$\lim_{\theta \to 90^\circ} F_{at2} = \lim_{\theta \to 90^\circ} (M + m) \cdot g \cdot cos\theta \cdot \mu_c = 0$$

$$\lim_{\theta \to 90^\circ} F_{at1} = \lim_{\theta \to 90^\circ} m \cdot g \cdot cos\theta \cdot \mu_c = 0$$

Sendo isso o mesmo do que uma queda livre.

Resposta Esperada:

$\boldsymbol{F_{at2} = (M + m) \cdot g \cdot cos\theta \cdot \mu_c \, , F_{at1} = m \cdot g \cdot cos\theta \cdot \mu_c}$

$$\boldsymbol{\lim_{\theta \to 0^\circ} F_{at2} = \lim_{\theta \to 0^\circ} (M + m) \cdot g \cdot cos\theta \cdot \mu_c = (M + m) \cdot g \cdot \mu_c}$$

$$\boldsymbol{\lim_{\theta \to 0^\circ} F_{at1} = \lim_{\theta \to 0^\circ} m \cdot g \cdot cos\theta \cdot \mu_c = m \cdot g \cdot cos\theta \cdot \mu_c}$$

$$\boldsymbol{\lim_{\theta \to 90^\circ} F_{at2} = \lim_{\theta \to 90^\circ} (M + m) \cdot g \cdot cos\theta \cdot \mu_c = 0}$$

$$\boldsymbol{\lim_{\theta \to 90^\circ} F_{at1} = \lim_{\theta \to 90^\circ} m \cdot g \cdot cos\theta \cdot \mu_c = 0}$$