



estudar.com.vc

Métodos Numéricos

Zeros de Funções

Lista de Exercícios





1. Método das aproximações sucessivas

P1 de 2013 - Questão 4

Sejam $f(x) = x^2 - 3x + 1$ e $\phi(x) = \frac{(x^2+1)}{3}$.

- Mostre que se \bar{x} é um ponto fixo de Φ então \bar{x} é uma raiz de f .
- Mostre que a sequência resultante do processo iterativo $x_{n+1} = \phi(x_n)$, com $x_0 \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$, satisfaz condições que asseguram sua convergência para uma raiz de f .
- Determine n tal que $|x_n - \bar{x}| < 10^{-3}$, sabendo-se que x_0 foi escolhido em $[0, 1/2]$ com $|x_0 - \bar{x}| < 0.1$. Não calcule \bar{x} .

2. Método das aproximações sucessivas

Lista de Zeros de Funções da disciplina - Exercício 3

- Seja p um número inteiro positivo. Mostre que a sequência

$$x_{n+1} = \frac{1}{p} \left((p-1)x_n + \frac{a}{x_n^{p-1}} \right)$$

pode ser utilizada para calcular $\sqrt[p]{a}$, quando $a \geq 0$.

- Utilizando (a), calcular $\sqrt[3]{7}$ com precisão pré-fixada $\varepsilon = 0.001$.

3. Método de Newton

Lista de Zeros de Funções da disciplina - Exercício 17

- Mostre que a função $g(x) = x^2 + e^{-x}$ tem um único ponto de mínimo positivo.
- Calcule uma aproximação para este ponto utilizando o método de Newton (calcule 3 iterações a partir de $x_0 = 1$. Mostre que o método de Newton é convergente para esta escolha de x_0 .)



- c. Sem determinar o valor da solução verifique se o valor determinado no item (b) dista menos que 10^{-3} do ponto de mínimo. Justifique.

4. Método de Newton

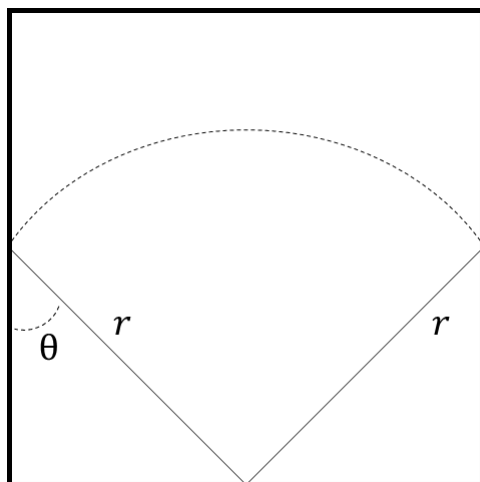
Lista de Zeros de Funções da disciplina – Exercício 15 (adaptado)

Uma fábrica possui material para confecção de uma lata cilíndrica com área total de superfície de 800 cm^2 . Deseja-se uma lata com esta área de superfície e volume de 1 litro. Determine através de um método de aproximações sucessivas qual o raio da lata e sua correspondente altura. Faça 4 iterações e verifique se o erro é menor que 10^{-3} . (Obs.: Deseja-se a lata mais alta)

5. Método de Newton

P1 de 2016 – Questão 1

Um cavalo está preso por uma corda em um pasto quadrado de lado igual a 200m, sendo que a extremidade da corda está presa a uma estaca fincada na metade de um dos lados. Determine o tamanho r da corda de modo que a área de pasto para o cavalo seja metade da área total do pasto. Observação: Determine o ângulo θ (veja figura) com erro menor que 10^{-3} e obtenha r a partir de θ .





Gabarito

1.
 - a. Demonstração no vídeo da resolução (utilizar que $\phi(\bar{x}) = \bar{x}$)
 - b. Demonstração no vídeo da resolução (verificar condições de convergência)
 - c. $n = 5$

2.
 - a. Demonstração no vídeo da resolução (utilizar que $\phi(\bar{x}) = \bar{x}$)
 - b. 1.9129311

3.
 - a. Demonstração no vídeo da resolução (métodos de cálculo 1 para traçar gráficos)
 - b. Após 3 iterações: 0.351734
 - c. Demonstração no vídeo da resolução (cálculo de erro no Método de Newton)

4. Soluções exatas: $r = 0.26454\text{dm}$ e $h = 4.54849\text{dm}$

5. Soluções exatas: $\theta = 1.03116$ e $r = 116.56\text{m}$