



estudar.com.vc

Cálculo I

Derivadas

Lista de Exercícios





1. Definição de derivadas.

Elaboração própria

a. Encontre o valor da derivada da função $f(x) = \sqrt{x}$ no ponto (1,1), usando:

i. $m = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$

ii. $m = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

b. Qual a equação da reta tangente no ponto (1,1)?

2. Diferenciabilidade.

Elaboração própria

Encontre os valores de “a” e “b” que fazem a função $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 2 \\ \beta x + \gamma, & x > 2 \end{cases}$ ser diferenciável em todo o seu domínio

3. Regras de derivação: função potencial

Elaboração própria

a. $y = x^3$

b. $y = x^{23}$

c. $y = x^{-5}$

d. $y = x^1$

4. Regras de derivação: multiplicação

Elaboração própria

a. $y = (x - 2)(x + 3)$

b. $y = (x - 23)(4x + 2)$

c. $y = (2 + 3x)(5x + 9)$

d. $y = (x + 2)(x - 3)(4 - 5x)$



5. Regras de derivação: soma e subtração

Elaboração própria

a. $y = x^3 + 34x$

b. $y = x^{23} + 2x^4$

c. $y = x^{-5} - 3x^2$

d. $y = x^1 - x^{-1}$

6. Regras de derivação: divisão

Elaboração própria

a. $y = \frac{x+3}{x-3}$

b. $y = \frac{ax+b}{cx-d}$

c. $y = \frac{x-1}{2-x}$

d. $y = \frac{x^3}{(1+32)^{\sqrt{3}}}$

7. Derivada de funções trigonométricas

Elaboração própria

a. $f(x) = 4 \sec x + \cot x$

b. $f(x) = x^2 \cdot \sin x \cdot \tan x$

c. $f(x) = \cos x \cdot \csc x$

d. $f(x) = \frac{e^x + x \cdot \sin x}{\tan x}$



8. Derivadas de ordem superior

Elaboração própria

Encontre a derivada de número 35 da função $f(x) = x \cdot \sin x$

9. Regra de L'Hospital

Elaboração própria

a. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x}$

b. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x^{32} - 1}$

c. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin x}$

d. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln x)^2}{x}$

10. Regra da cadeia

Cálculo Volume 1, capítulo 3.4, questão 62

Se $F(x) = f(g(x))$, onde $f(-2) = 8$, $f'(-2) = 4$, $f'(5) = 3$, $g(5) = -2$ e $g'(5) = 6$, encontre $F'(5)$.

11. Derivação implícita

Elaboração própria

Encontre o y' para a expressão $\cos(xy) = 1 + \sin y$



12. Derivação logarítmica

Elaboração própria

Encontre o y' para a expressão $y = \sqrt{\frac{x-1}{x^4+1}}$

13. Diferenciais

Elaboração própria

Compare os valores (encontre o erro) de valores de dA e ΔA se A é a área do círculo de raio " r " e " r " varia de r para $(r + dr)$.

14. Aproximações lineares

Elaboração própria

Estime o valor de $\sqrt{100,04}$ sem utilizar calculadoras ou computadores para fazer os cálculos.

15. Polinômios de Taylor

Elaboração própria

Estime o valor de $\sqrt{100,04}$ utilizando o polinômio de Taylor de terceira ordem.

16. Taxas relacionadas

Elaboração própria

Uma escada de 15 pés está encostada numa parede. A base da escada está, inicialmente, 10 pés longe da parede e está sendo empurrada contra a parede a uma taxa de $\frac{1}{4}$ pés/seg. Quão rápido o topo da escada estará se movendo 12 segundos depois de começarmos a empurrá-la?



17. Problemas de otimização

Elaboração própria

Encontre o ponto da curva $y = \sqrt{x}$ mais próxima do ponto $(3,0)$.



Gabarito

1.

a.

I. $\frac{1}{2}$

II. $\frac{1}{2}$

b. $y = \frac{x+1}{2}$

2. $\beta = 4$ e $\gamma = -4$

3.

a. $3x^2$

b. $23x^{22}$

c. $-5x^{-6}$

d. 1

4.

a. $2x + 1$

b. $8x - 90$

c. $30x + 37$

d. $-15x^2 + 18x + 26$

5.

a. $2x^2 + 34$

b. $23x^{22} + 8x^3$

c. $-5x^{-6} - 6x$

d. $1 + x^{-2}$



- 6.**
- a. $\frac{6}{(x-3)^2}$
 - b. $\frac{bc+ad}{(cx-d)^2}$
 - c. $-\frac{1}{(2-x)^2}$
 - d. $\left(\frac{3}{(1+32)\sqrt{3}}\right) \cdot x^2$
- 7.**
- a. $4 \cdot \sec x \cdot \tan x - \csc x$
 - b. $[(x^2 \cdot \sin x)] \cdot \sec x + \tan x \cdot [x^2 \cdot \cos x + \sin x \cdot 2x]$
 - c. $-\cos x \cdot \csc x \cdot \tan x - \csc x \cdot \sin x$
 - d. $(e^x + [x \cdot \sin x]) \cdot \sec x - \tan x \cdot (e^x + [x \cdot \cos x + \sin x])$
- 8.** $f^{35}(x) = -x \cdot \cos x - 35 \cdot \sin x$
- 9.**
- a. $+\infty$
 - b. $\frac{1}{8}$
 - c. 1
 - d. $+\infty$
- 10.** 24
- 11.** $-\frac{y \sin(xy)}{x \cdot \sin(xy) + \cos y}$
- 12.** $\frac{y}{2} \cdot \left(\frac{4x^3}{x^4+1} - \frac{1}{x-1}\right)$



13. $\pi \cdot (dr)^2$

14. 10,002

15. 10,00199960

16. $\frac{7}{4 \cdot \sqrt{176}}$

17. $x = \frac{5}{2}e$ e $y = \sqrt{\frac{5}{2}}$



Bibliografia

STEWART, J. *Cálculo Volume I*. 7. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2015.