www.estudar.com.vc

P1 2016 Poli USP
Resolução
Exercício 2 Continuidade
Explicação

3. Para que a função

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{|x^2 + 2x - 3|}{x - 1}, & se\ x < 1 \\ x + k \quad , & se\ x \geq 1 \end{cases}$$

seja contínua em $\mathbb{R}$ o valor constante k deve ser:

<u>Escolha uma alternativa:</u>

- **a. 7**
- **b. 0**
- **c. -5**
- **d. 1**
- **e. 2**

Para que uma função seja contínua em um ponto x_0, precisamos que:

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$$

Como podemos observar no enunciado, ambas as funções da chave são contínuas **em todo seu domínio**.

Portanto, o único ponto em que $f(x)$ possa vir a ser descontínua é o ponto $x_0 = 1$, no qual há funções diferentes tendendo para esse valor.

Então, para a função ser contínua nesse ponto, precisamos que:

$$\lim_{x \to 1} \frac{|x^2 + 2x - 3|}{x - 1} = f(1) = 1 + k$$

Por **Bhaskara**, sabemos que:

$$x^2 + 2x - 3 = (x-1)\cdot(x+3)$$

Então, podemos substituir no limite e, assim:

$$\lim_{x\to 1} \frac{|x^2+2x-3|}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{|(x-1)\cdot(x+3)|}{x-1}$$

Pela condição do enunciado, só usamos

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{|x^2+2x-3|}{x-1}}$$

quando $x < 1$, então, o limite que estamos calculando só é relevante quando x tende a 1^-, já que estamos nos aproximando pelo lado **esquerdo** do gráfico.

Pelo lado direito, a função se aproxima de 1 por meio de outra expressão. Então, temos que, nessa situação,

$$\boldsymbol{(x-1) < 0}$$

$$\boldsymbol{(x+3) > 0}$$

Ao retirar a função do módulo no numerador, ela sairá com **sinal negativo**:

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{|(x-1)\cdot(x+3)|}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} -\frac{(x-1)\cdot(x+3)}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} -(x+3) = -4$$

Portanto, teremos que:

$$\lim_{x\to 1} \frac{|x^2+2x-3|}{x-1} = -4 = 1 + k$$

E,

$$k = -5$$

Resposta esperada: C.