www.estudar.com.vc

P1 2015 Poli USP
Resolução
Exercício 1a Limites
Explicação

2. b. $\lim_{x\to-\infty} \frac{4x^2-sin(x^2)}{2x^3 sin\left(\frac{1}{x}\right)-5x^2}$

Como possuímos funções seno no limite, temos que tentar fazer surgir o **limite trigonométrico fundamental** ou o **Teorema do Confronto**.

Depois disso, devemos analisar o limite resultante e modificá-lo se ainda for necessário.

Vamos começar multiplicando tanto o numerador quanto o denominador por $\frac{1}{x^2}$.

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{4x^2 - sin(x^2)}{2x^3 sin\left(\frac{1}{x}\right) - 5x^2} \cdot \frac{\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x^2}} = \lim_{x\to-\infty} \frac{4 - \frac{1}{x^2} sin\,(x^2)}{2x \cdot sin\left(\frac{1}{x}\right) - 5}$$

Dessa forma, surge o **Teorema do Confronto**, porque temos uma função que nessa situação tende a **zero**, multiplicada por uma função **limitada** ($sen(x^2)$).

$$\lim_{x\to-\infty} \underbrace{\left(\frac{1}{x^2}\right)}_{\to 0} sin\,(x^2) = 0$$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{4 - \frac{1}{x^2} sin\,(x^2)}{2x \cdot sin\left(\frac{1}{x}\right) - 5} = \lim_{x\to-\infty} \frac{4}{2x \cdot sin\left(\frac{1}{x}\right) - 5}$$

Eliminamos a indeterminação do limite e podemos calculá-lo.

Repare que, realizando uma mudança de variável na parcela do denominador com a variável x, conseguimos obter o limite trigonométrico fundamental:

$$u = \frac{1}{x}$$

Substituindo no limite,

$$\lim_{x \to -\infty} 2x \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right) = \lim_{u \to 0} 2 \cdot \frac{1}{u} \cdot \sin(u)$$

ao usar o **limite trigonométrico fundamental:**

$$\lim_{u \to 0} 2 \cdot \underbrace{\frac{\sin(u)}{u}}_{=1} = 2$$

Concluímos que:

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{2x \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right) - 5}} = \frac{4}{2-5} = -\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}$$

Resposta esperada: $-\frac{4}{3}$