www.estudar.com.vc

P1 2017 Poli USP
Resolução
Exercício 5 Limite
Explicação

2. a. Calcule $\lim\limits_{x\to 0} \frac{2x^3\left(\sqrt{x^3+x^2+1}-1\right)}{3x^2 \sin x^3}$**.**

Para calcularmos esse limite, precisamos inicialmente conferir se há **indeterminações** nele.

Para isso, temos que **conferir** se tanto o numerador quanto o denominador tendem **simultaneamente** a zero ou infinito quando x tende a 0.

Para o numerador:

$$2x^3\left(\sqrt{x^3+x^2+1}-1\right) = 2\cdot 0^3\left(\sqrt{0^3+0^2+1}-1\right) = 0$$

Agora, para o denominador:

$$3x^2 \sin x^3 = 3\cdot 0^2 \sin 0^3 = 0$$

Assim, precisamos utilizar de **artifícios matemáticos** para solucionar esse limite.

Primeiramente, vamos tentar sumir com o $\sin x^3$ fazendo aparecer o **limite trigonométrico fundamental**.

Para isso, iremos multiplicar tanto o numerador quanto o denominador por $\frac{1}{x^3}$.

$$\lim_{x\to 0} \frac{2x^3\left(\sqrt{x^3+x^2+1}-1\right)}{3x^2 \sin x^3}\cdot\frac{1/x^3}{1/x^3} = \lim_{x\to 0}\frac{2\left(\sqrt{x^3+x^2+1}-1\right)}{3x^2\,\frac{\sin x^3}{x^3}} =$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{2\left(\sqrt{x^3+x^2+1}-1\right)}{3x^2}$$

Ainda assim temos uma indeterminação. Para resolvermos, vamos utilizar a propriedade da **diferença entre dois quadrados** para eliminar a raiz quadrada presente no numerador.

De acordo com essa propriedade, temos:

$$(a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2$$

Assim, o limite ficará:

$$\lim_{x\to 0}\frac{2\left(\sqrt{x^3+x^2+1}-1\right)}{3x^2}\cdot\frac{\sqrt{x^3+x^2+1}+1}{\sqrt{x^3+x^2+1}+1}=\lim_{x\to 0}\frac{2(x^3+x^2)}{3x^2\left(\sqrt{x^3+x^2+1}+1\right)}$$

Agora, podemos fatorar x^2 no numerador para cancelar com o do denominador para eliminar todas as **indeterminações** e, assim, calcular o limite substituindo x por 0:

$$\lim_{x\to 0}\frac{2x^2(x+1)}{3x^2\left(\sqrt{x^3+x^2+1}+1\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{2(x+1)}{3\left(\sqrt{x^3+x^2+1}+1\right)}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

Resposta esperada: $\mathbf{\frac{1}{3}}$**.**