



www.estudar.com.br

Fuja do Nabo P1 Poli
USP Resolução
Exercício 3b Limites Infinitos e
Limites no Infinito
Explicação





3. Calcule os limites abaixo ou mostre que eles não existem.

b. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + x + 4}{x^3 + 2x^2 + 5x}$

Perceba que o limite está sendo calculado para quando x **tende ao infinito**, ou seja, tende a valores positivos infinitamente altos. Desta forma, não é possível utilizar a propriedade da substituição direta, pois uma indeterminação do tipo $\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$ seria encontrada.

Uma técnica para resolver esse tipo de limites, muito boa principalmente quando há um polinômio no numerador e no denominador, é a de colocar a **incógnita em evidência (fator comum) em seu maior grau**.

No caso, o maior grau da incógnita x é 3, presente tanto na expressão numeradora ($7x^3 + x + 4$) quanto na denominadora ($x^3 + 2x^2 + 5x$).

Colocando, portanto, x^3 em evidência, no **numerador**, teremos:

$$7x^3 + x + 4 = x^3 \left(7 + \frac{1}{x^2} + \frac{4}{x^3} \right)$$

De forma semelhante, o **denominador** fica:

$$x^3 + 2x^2 + 5x = x^3 \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{5}{x^2} \right)$$

Reescrevendo o limite, temos:



$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + x + 4}{x^3 + 2x^2 + 5x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 \left(7 + \frac{1}{x^2} + \frac{4}{x^3}\right)}{x^3 \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{5}{x^2}\right)}$$

Assim, o termo x^3 pode ser cortado do numerador e do denominador, ficando:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + x + 4}{x^3 + 2x^2 + 5x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left(7 + \frac{1}{x^2} + \frac{4}{x^3}\right)}{\left(1 + \frac{2}{x} + \frac{5}{x^2}\right)}$$

Essa técnica é útil pois, agora, os termos que possuem a incógnita x têm ela no denominador, ou seja, são divididos por x .

Como x tende ao infinito, qualquer expressão do tipo $\frac{1}{x^n}$, com n positivo, tende a zero (já que 1 sobre um número infinitamente grande tende a zero). Assim:

$$\frac{1}{x^2} \rightarrow 0, \frac{4}{x^3} \rightarrow 0, \frac{2}{x} \rightarrow 0 \text{ e } \frac{5}{x^2} \rightarrow 0$$

Portanto:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + x + 4}{x^3 + 2x^2 + 5x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left(7 + \frac{1}{x^2} + \frac{4}{x^3}\right)}{\left(1 + \frac{2}{x} + \frac{5}{x^2}\right)} = \frac{7 + 0 + 0}{1 + 0 + 0}$$

Ou seja:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + x + 4}{x^3 + 2x^2 + 5x} = 7$$



Resposta esperada: 7