www.estudar.com.vc

Cálculo I Parte 1

Limites e Continuidade

Resoluções dos Exercícios

Exercício 2b

2. Teorema do Confronto

Lista 1

Calcule os limites abaixo.

b. $\boldsymbol{\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin^3(x)\sin\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2}}$

Ao tentarmos substituir $x = 0$ diretamente na expressão, não conseguimos, pois a função não está definida nesse ponto, devido ao termo $\frac{1}{x}$.

Então, precisamos manipular a expressão, de forma a resolvermos esse nosso problema.

Como em muitos problemas de limites com funções trigonométricas, vamos procurar o **limite fundamental.**

Se separarmos os termos corretamente, conseguimos encontrá-lo facilmente duas vezes.

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin^3(x)\sin\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)}{x} \cdot \lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)}{x} \cdot \lim_{x\to 0} \sin(x) \cdot \lim_{x\to 0} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

Os dois primeiros termos, então, valem 1 e o terceiro termo, ao substituir x por 0, obtemos 0.

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin^3(x)\sin\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2} = 1 \cdot 1 \cdot 0 \cdot \lim_{x\to 0} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

No último termo, por outro lado, não é possível substituir x por 0. Entretanto, sabemos que a função $\sin\left(\frac{1}{x}\right)$ é uma função limitada.

Portanto, temos um limite que é 0 vezes um limite de uma função limitada.

Pelo **Teorema do Confronto**, a resposta final tem que ser 0.

Resposta esperada: $\mathbf{0}$