www.estudar.com.vc

Cálculo I Parte 1

Limites e Continuidade

Resoluções dos Exercícios

Exercício 2a

2. Limite Fundamental Trigonométrico

Lista 1

Calcule os limites abaixo.

a. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-\sqrt[3]{\cos x}}{x^2}$

Ao tentarmos substituir $x = 0$ diretamente na expressão, chegamos em uma indeterminação do tipo $\frac{0}{0}$.

Então, precisamos manipular a expressão, de forma a resolvermos esse nosso problema. Percebe-se, que, no numerador, temos uma diferença de dois números, sendo um deles uma raiz cúbica.

Para eliminar essa raiz, podemos multiplicar por um fator que faça aparecer uma **diferença de cubos**, como visto a seguir:

$$\lim_{x \to 0} \frac{1-\sqrt[3]{\cos x}}{x^2} \cdot \frac{(1+\sqrt[3]{\cos x}+\sqrt[3]{cos^2 x})}{(1+\sqrt[3]{\cos x}+\sqrt[3]{cos^2 x})} =$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{1-\cos x}{x^2(1+\sqrt[3]{\cos x}+\sqrt[3]{cos^2 x})}$$

Percebe-se que, quando substituimos, ainda zeramos o numerador e o denominador. Vamos, então, procurar escrever o limite fundamental.

Para isso, vamos multiplicar em cima por $1 + \cos x$, tendo uma diferença de dois quadrados como resultado.

$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x^2\left(1+\sqrt[3]{\cos x}+\sqrt[3]{cos^2 x}\right)} \cdot \frac{(1+\cos x)}{(1+\cos x)} =$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{1-cos^2 x}{x^2(1+\sqrt[3]{\cos x}+\sqrt[3]{cos^2 x})(1+\cos x)}$$

Agora, observamos que podemos substituir o numerador por $sen^2\, x$.

Separando, temos:

$$\lim_{x\to 0} \frac{1}{(1+\sqrt[3]{\cos x}+\sqrt[3]{cos^2 x})(1+\cos x)} \cdot \lim_{x\to 0} \frac{sen\, x}{x} \cdot \lim_{x\to 0} \frac{sen\, x}{x}$$

As duas últimas parcelas dessa multiplicação, pelo limite fundamental trigonométrico, têm que dar 1.

Substituindo, então, x por 0 na primeira parcela, temos a resposta final de $\frac{1}{6}$.

Resposta esperada: $\mathbf{\frac{1}{6}}$