estudar.com.vc

Cálculo I Parte 1

Limites e Continuidade

Resumo e Exercícios P1

Fórmulas e Resumo Teórico

Condição de Existência de um Limite

Se o limite de uma função f existe para quando $x \to a$, então, vale que:

$$\lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a^+} f(x) = \lim_{x\to a} f(x)$$

Propriedades dos Limites

Soma e subtração: $\lim_{x\to a} \left(f(x) \pm g(x) \right) = \lim_{x\to a} f(x) \pm \lim_{x\to a} g(x)$

Multiplicação: $\lim_{x\to a} \left(f(x) \cdot g(x) \right) = \lim_{x\to a} f(x) \cdot \lim_{x\to a} g(x)$

Quociente: $\lim_{x\to a} \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)}$, desde que $g(x) \neq 0$ e $\lim_{x\to a} g(x) \neq 0$

Multiplicação por escalar: $\lim_{x\to a} \left(\beta \cdot f(x) \right) = \beta \cdot \lim_{x\to a} f(x)\,,\ \ \beta \in R$

Limite Fundamental Trigonométrico

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1 \quad \Rightarrow \quad \lim_{f(x)\to 0} \frac{\sin\big(f(x)\big)}{f(x)} = 1$$

Teorema do Confronto

Sejam três funções, $f(x)$, $g(x)$ e $h(x)$, tais que:

$$f(x) \leq g(x) \leq h(x), \text{ para todo } x \neq a.$$

Se $\lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a} h(x) = L$, então pode-se afirmar que $\lim_{x\to a} g(x) = L$.

Continuidade de Funções

Se uma função f é contínua no ponto $x = a$, então:

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

Exercícios de Fixação

1. Limites

Lista 1

Calcule o limite ou explique porque não existe:

a. $\lim\limits_{x \to 2} \frac{\sqrt{x^2+12}-4}{2-\sqrt{x^3-4}}$

b. $\lim\limits_{x \to 3} \frac{\sqrt{x^2-6x+9}}{x-3}$

2. Limite Fundamental Trigonométrico e Teorema do Confronto

Lista 1

Calcule os limites abaixo.

a. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-\sqrt[3]{\cos x}}{x^2}$

b. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin^3(x)\sin\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2}$

3. Limites Infinitos e Limites no Infinito

Lista 1

Calcule os limites abaixo ou mostre que eles não existem.

a. $\displaystyle \lim_{x \to 0^+} \frac{\sin x}{x^3 - x^2}$

b. $\displaystyle \lim_{x \to \infty} \frac{7x^3 + x + 4}{x^3 + 2x^2 + 5x}$

4. Continuidade

Lista 1

Determine em que pontos a função abaixo é contínua.

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x^2 - 4) + 5 \ , & x > 2 \\ 5 \ , & x = 0 \\ \dfrac{x^2 + x - 6}{x - 2} \ , & x < 2 \end{cases}$$

Exercícios de Prova

1. Limites

P1 2017

Dada $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, suponhamos que $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = -\infty$. Então:

a. f é decrescente.

b. $\lim\limits_{x \to \infty} f(x^2) = \infty$

c. $\forall m \geq 0$, temos $f(x) \leq 0$ se $x \geq m$.

d. $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty$

e. Nenhuma das alternativas anteriores é correta.

2. Limites

P1 2017, 2016, 2015 e 2014

a. $\lim_{x \to 0} \frac{2x^3\left(\sqrt{x^3+1+x^2}-1\right)}{3x^2 \sin(x^3)}$

b. $\lim_{x \to \infty} \frac{4x^2-\sin(x^2)}{2x^3 \sin\left(\frac{1}{x}\right)-5x^2}$

c. $\lim_{x \to -\infty} \sqrt{3x^6+2} - \sqrt{3x^6+2x^3-5}$

d. $\lim_{x \to 0^+} \frac{\sin\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-x}$

3. Continuidade

P1 2016

Para que a função

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{|x^2+2x-3|}{x-1}, & x < 1 \\ x+k \quad , & x \geq 1 \end{cases}$$

seja contínua em $\mathbb{R}$, o valor da constante k deve ser:

a. 7

b. 0

c. -5

d. 1

e. 2

Gabarito

Exercícios de Fixação

1.
a. $-\frac{1}{6}$
b. não existe.

2.
a. $\frac{1}{6}$
b. 0

3.
a. $-\infty$
b. 7

4. a função é contínua em $\mathbb{R}$.

Exercícios de Prova

1. Alternativa E.

2.
a. $\frac{1}{3}$
b. $-\frac{4}{3}$
c. $\frac{1}{\sqrt{3}}$
d. $-\infty$

3. Alternativa C.