www.estudar.com.vc

P1 2016 UFRGS
Resolução
Exercício 1b Limites
Explicação

1. Em cada item responda o que se pede:

b. Calcule $\lim_{x\to 0} cos(x)^{\frac{1}{x}}$

Substituindo o valor $\boldsymbol{x}$, teremos a indeterminação: $\boldsymbol{cos(0)^{\frac{1}{0}} = 1^{\infty}}$.

Para eliminar a indeterminação, podemos alterar o limite da seguinte forma:

$$\lim_{x\to 0} cos(x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x\to 0} e^{ln(cos(x))^{\frac{1}{x}}}$$

Como $\boldsymbol{e}$ é uma função constante podemos fazer: $\boldsymbol{e^{\lim_{x\to 0} ln(\cos(x))^{\frac{1}{x}}}}$

Então, pela definição de logaritmos, temos: $\boldsymbol{e^{\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}(ln\cos(x))}}$.

Devemos, então, calcular o limite: $\boldsymbol{\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}(ln\cos(x))}$.

Como $\boldsymbol{\lim_{x\to 0} x = 0}$ e $\boldsymbol{\lim_{x\to 0} ln\cos(x) = 0}$ temos uma indefinição do tipo $\frac{0}{0}$ e podemos usar **L'Hospital**:

$$x' = 1$$

Utilizando a **Regra da Cadeia**:

$$[f(g(x))]' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$\ln(\cos(x))' = \frac{-\sin(x)}{\cos(x)}$$

Então, teremos o seguinte limite:

$$\lim_{x \to 0} \frac{-\sin(x)}{\cos(x)}$$

Podemos notar que não há mais indeterminação, então podemos resolver o limite substituindo x por 0.

$$\lim_{x \to 0} \frac{-\sin(x)}{\cos(x)} = \frac{-\sin(0)}{\cos(0)} = \frac{0}{1} = \mathbf{0}$$

Dessa forma, limite que queremos calcular será:

$$e^{\lim_{x \to 0} \frac{1}{x}(\ln \cos(x))} = e^{\mathbf{0}} = 1$$

Resposta esperada: 1