www.estudar.com.vc

P1 2015. UFABC Adaptada

Exercício 2 Limite

Explicação

2. Existe $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sin 2x - 2x + y}{x^3 + y}$?

Para verificar se o limite existe ou não, vamos **escolher dois caminhos e verificar se eles convergem**.

Primeiro, vamos tentar $y = 0$.

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sin 2x - 2x + y}{x^3 + y} = \lim_{x\to 0} \frac{\sin 2x - 2x}{x^3}$$

Inicialmente esse limite é indeterminado pelo caso $\frac{0}{0}$, vamos então a**plicar *L'Hospital*** para resolvê-lo.

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin 2x - 2x}{x^3} \xrightarrow{L'Hospital} \lim_{x\to 0} \frac{2\cos 2x - 2}{3x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{2(\cos 2x - 1)}{3x^2}$$

A indeterminação continua. Fazendo novamente o passo anterior:

$$\lim_{x\to 0} \frac{2(\cos 2x - 1)}{3x^2} \xrightarrow{L'Hospital} \lim_{x\to 0} \frac{-4\sin 2x}{6x} = \lim_{x\to 0} \frac{-2\sin 2x}{3x}$$

Mais uma vez:

$$\lim_{x\to 0} \frac{-2\sin 2x}{3x} \xrightarrow{L'Hospital} \lim_{x\to 0} \frac{-4\cos 2x}{3} = \frac{-4}{3}$$

Agora precisamos **escolher outro caminho** e verificar se eles convergem. Podemos tomar o caminho $x = 0$. Teremos:

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{sen(2x) - 2x + y}{x^3 + y} = \lim_{y\to 0} \frac{y}{y} = 1$$

Assim, vemos que o limite não converge, portanto, não existe.

Resposta esperada: O limite não existe.