



[estudar.com.vc](https://estudar.com.vc)

# Cálculo I

## Lista de Revisão Provinha 2





## 1. Aproximação Linear

Elaboração própria

Dos itens 'a' a 'd' calcule os valores aproximados valendo-se da aproximação linear

a.  $1,001^8$  \*\*

b.  $\sqrt[3]{25}$

c.  $9,8^5$

d.  $\sqrt{99^5}$

e. Escreva uma aproximação linear da função  $f(x) = x^8 + \sqrt[5]{9x^3}$  em torno de  $x_0 = 3$ . A seguir, determine um valor aproximado para  $A = 2,99^8 + \sqrt[5]{9 \cdot 2,99^3}$ .

f. Defini-se diferencial da função  $f(x)$  como:  $df = [f'(x)]dx$ . Assim sendo, calcule o diferencial de  $f(x) = e^x$ .

g. Ainda no item anterior, em termos aproximados, teríamos:  $\Delta f \approx f'(x_0) \Delta x$ . Sendo o  $\Delta f$  a variação da função  $f$ , quando se varia  $\Delta x$ . Usando esse raciocínio, aproxime  $0,99^{20}$ .

h. Aproxime  $\ln 3$  \*\*

i. Aproxime  $\ln 7,4$  \*\*\*

j. Uma função  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$  possui a seguinte propriedade:  $g'(x) = (g(x))^2 - 7$ . Sabendo-se que a equação de sua **aproximação linear** em torno de  $x = a$  é:  $y + 3x - 2 = 0$ , determine os valores de  $a$  e de  $g(a)$ .

\*\* Dado  $e \approx 2,718$

\*\* Dado  $\frac{1}{e} \approx 0,368$

\*\*\* Dado  $e^2 \approx 7,39$

\*\*\* Dado  $\frac{1}{e^2} \approx 0,135$

Para os itens 'h' e 'i' é necessário já ter visto a aula de Derivada Logarítmica, na qual vemos que  $(\ln x)' = \frac{1}{x}$



## 2. Singularidades

*Elaboração própria*

Dada a seguinte função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^3} + 1$

Faça o que se pede:

- Determine, caso existam, as raízes de  $f'$ , bem como suas singularidades.
- Determine e classifique os pontos críticos de  $f$ , caso existam. A seguir analise o crescimento da função.
- Determine os pontos de inflexão da função caso existam. Analise a concavidade de  $f$ .
- Quais os limites fundamentais para a plotagem do gráfico de  $f$ ? Calcule esses limites.
- Esboce o Gráfico de  $f$ .

Dica: atente para assíntota horizontal

## 3. Regra da Cadeia

*Elaboração própria*

Obs.: Nesses exercícios assume-se que o aluno saiba a derivada de  $e^x$  e  $\ln x$

### Parte I

Derive as seguintes funções:

**a.**  $a(x) = e^{2x}$

**b.**  $b(x) = \frac{e^{kx}}{k}$



- c.  $c(x) = (x^2 + x + 1)^4$
- d.  $d(x) = e^{\ln(x^2+x)}$
- e.  $e(x) = 5^x$
- f.  $f(x) = 2^x$
- g.  $g(x) = a^x ; 0 < a \neq 1$
- h.  $h(x) = \log_x e$
- i.  $i(x) = 2^{x^2+x}$
- j.  $j(x) = \ln((\log_2 x)^3 + (\log_3 x)^2)$

## Parte II

Calcule os pontos críticos das seguintes funções:

- a.  $a(x) = 2^{2x} - 10 \cdot 2^x + x \ln 4096$
- b.  $b(x) = 24 \ln x + x^2 - 14x$
- c.  $c(x) = e^{3x} + e^{2x} + e^x - 6x$

## 4. Limite Exponencial

*Elaboração própria*

Calcule os seguintes limites:

- a.  $A = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{5x}$
- b.  $B = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^{\frac{n}{2}}$
- c.  $C = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{ax}\right)^{bx}$
- d.  $D = \lim_{n \rightarrow 0} (1 + 7n)^{\frac{4}{n}}$



**e.**  $E = \lim_{x \rightarrow 0} (1 + ax)^{\frac{1}{bx}}$

**f.**  $F = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$

**g.**  $G = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}$

**h.**  $H = e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}}$



## Gabarito

1.

a. 1,008

b. 2,926

c. 90000

d. 97500

e.  $y = 6564 + 17496,6(x - 3)$  ;  $A \approx 6389,03$

f.  $df = e^x dx$

g.  $\Delta f \approx -0,2$  ;  $0,99^{20}$

h. 1,104

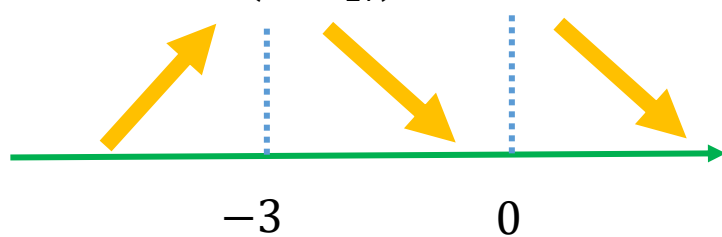
i. 2,001

j.  $(a ; g(a)) = (0 ; 2)$

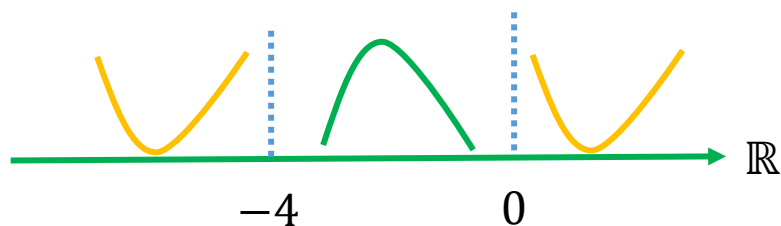
2.

a. Raiz: -1 ; Singularidade:  $x = 0$

b. Máximo Local:  $(-3 ; \frac{32}{27})$  ; Análise do crescimento abaixo:



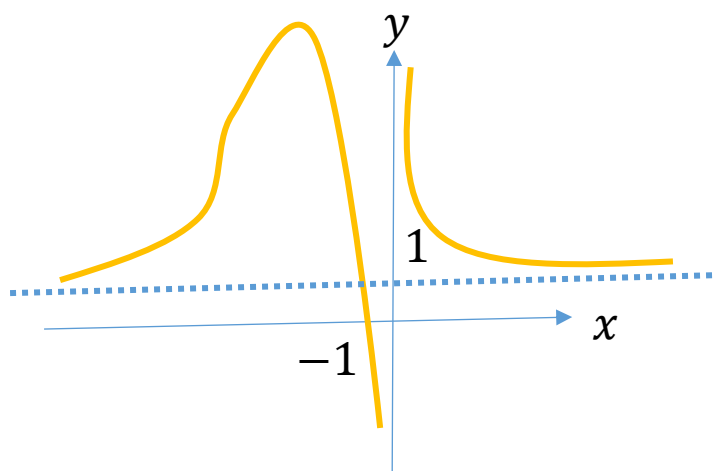
c. Ponto de Inflexão:  $(-4 ; \frac{33}{32})$  ; Análise da Concavidade abaixo:





d.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$  ;  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$  ;  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$

e.



### 3. Parte I

a.  $a'(x) = 2e^{2x}$

b.  $b'(x) = e^{kx}$

c.  $c'(x) = 4(x^2 + x + 1)^3(2x + 1)$

d.  $d'(x) = 2x + 1$

e.  $e'(x) = 5^x \ln 5$

f.  $f'(x) = 2^x \ln 2$

g.  $g'(x) = a^x \ln a$

h.  $h'(x) = -\frac{1}{x(\ln x)^2}$

i.  $i'(x) = 2^{x^2+x}(\ln 2)(2x + 1)$

j.  $j'(x) = \frac{1}{(\log_2 x)^3 + (\log_3 x)^2} \left( \frac{1}{x \ln 2} 3(\log_2 x)^2 + (2 \log_3 x) \cdot \frac{1}{x \ln 3} \right)$

### Parte II

a. Pontos Críticos: em  $x = 1$  temos um máximo local

Já em  $x \approx 1,585$ , temos um mínimo local

b. Máximo Local em  $x = 3$  ; Mínimo Local em  $x = 4$

c. Mínimo Local em  $x = 0$



4.

a.  $e^5$

b.  $e^{\frac{1}{4}}$

c.  $e^{\frac{b}{a}}$

d.  $e^{28}$

e.  $e^{\frac{a}{b}}$

f. 1

g.  $\ln a$

h.  $a$