estudar.com.vc

Cálculo 4

Equações Diferencias Ordinárias

P1 2015

Exercícios

1. Equações Diferencias Ordinárias de ordem 1

a. Dê a solução geral da equação

$$y''' - 4y' = xe^{2x}$$

E também a solução que satisfaz as condições iniciais

$$y(0) = y'(0) = 1, y''(0) = 0$$

b. Determine k sabendo que $\mu(x,y) = \frac{y^k}{x}$ é fator integrante da equação:

$$ydx + (xy^2 - x\ln x)dy = 0$$

e, em seguida, resolva a equação para $y(1) = 2$

2. Equações Diferencias Ordinárias de ordem maior que 1 - Coeficientes Quaisquer

Determine a solução geral da equação diferencial

$$(x^2+1)y'' - 2xy' + 2y = \frac{(x^2+1)^2}{x+1}$$

($y = x$ é solução da equação homogênea associada)

3. Equações Diferencias Ordinárias de ordem maior que 1 – Coeficientes Constantes

a. Existem constantes reais a_3, a_2, a_1, a_0, tais que a equação diferencial

$$a_3 y''' + a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = 0$$

tem o conjunto

$$\{e^x, e^{2x}, \sin(x)\}$$

como base de seu espaço de soluções? Justifique.

b. Encontre (e justifique como o fez) constantes reais a_3, a_2, a_1, a_0, e uma a função real $q(x)$, tais que a equação diferencial

$$a_3 y''' + a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = 0 = q(x)$$

tem como solução geral

$$y(x) = C_1 e^{-x} + e^x[C_2 \sin(2x) + C_3 \cos(2x)] + x^3 - x + 1$$

onde C_1, C_2, C_3 são reais

Gabarito:

1.

a. $y(x) = C_1 + C_2e^{2x} + C_3e^{-2x} + \frac{1}{32}(2x^2 - 3x)e^{2x}$

$$C_1 = \frac{1}{16}; C_2 = \frac{39}{128}; C_3 = -\frac{31}{128}$$

b. $k = -2$

$$\frac{\ln x}{y} + y = 2$$

2. $y_g(x) = C_1x + C_2(x^2 - 1) + \left(x - \frac{x^2}{2}\right)x + (x - \ln(x+1))(x^2 - 1)$

3.

a. Não existem

b. $a_3 = 1, a_2 = -1, a_1 = 3, a_0 = 5$