



[www.estudar.com.vc](http://www.estudar.com.vc)

# Cálculo 2

P2 2016

Enunciados e Gabarito





## 1. Derivadas Parciais e Diferenciabilidade

P2 2016 - Questão 1 - Adaptada

### Parte 1

$$\text{Seja } f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+3y^2}, & \text{se } (x, y) \neq (0,0); \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0,0) \end{cases}$$

- Determine  $\frac{\partial f}{\partial x}$ , explicitando o domínio.
- Determine  $\frac{\partial f}{\partial y}$ , explicitando o domínio.
- $\frac{\partial f}{\partial x}$  é contínua em  $(0,0)$ ? Justifique.

### Parte 2

- $f$  é diferenciável em  $(0,0)$ ? Justifique.
- $f$  é diferenciável em  $(x, y) \neq (0,0)$ ? Justifique.

## 2. Regra da Cadeia - Elaborado

P2 2016 - Questão 2 - Adaptada

Seja  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  de classe  $C^2$  em  $\mathbb{R}^2$ , tal que

$$f(t^2 + t, t + 1) = t^2 + 2t + 1, \text{ para todo } t \in \mathbb{R}.$$

Sabendo-se que  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(2,2) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(2,2) = 1$  e  $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(2,2) = 2$ , calcule  $\frac{\partial f}{\partial x}(2,2)$



### 3. Plano Tangente

*P2 2016 - Questão 3 - Adaptada*

Sejam  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  uma função diferenciável e a curva  $\gamma: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:

$$\gamma(t) = (t^3 + 1, -t, t^6 + 2t^3 - 2t^2 + 1)$$

Suponha que a imagem de  $\gamma$  está contida no gráfico de  $f$  e que o ponto  $(3,0,10)$  pertence ao plano tangente ao gráfico de  $f$  no ponto  $(2, -1, f(2, -1))$ .

Determine uma equação desse plano.

### 4. Vetor Gradiente e Derivada Direcional

*P2 2016 - Questão 4 - Adaptada*

Sejam a função  $f(x, y) = 2x^3 - 3y^2$  e  $(x_0, y_0)$  um ponto em  $\mathbb{R}^2$ . Determine os pontos  $(x_0, y_0)$  que satisfazem as seguintes duas condições:  $\nabla f(x_0, y_0)$  é paralelo à reta tangente à curva  $x^3y - 2xy^3 + xy + y^2 - 1 = 0$  no ponto  $(1, -1)$ ; e  $\frac{\partial f}{\partial \vec{u}}(x_0, y_0) = 4\sqrt{5}$ , onde  $\vec{u}$  é o versor do vetor  $(2,1)$ .



## Gabarito

1)

### Parte 1

a.  $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{3y^4 - x^2y^2}{(x^2 + 3y^2)^2} e \frac{\partial f(0,0)}{\partial x} = 0$  (domínio:  $\mathbb{R}^2$ )

b.  $\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{2x^3y}{(x^2 + 3y^2)^2} e \frac{\partial f(0,0)}{\partial y} = 0$  (domínio:  $\mathbb{R}^2$ )

c. Não

### Parte 2

a. Não

b. Sim

2)  $\frac{15}{2}$

3)  $4x + 4y - z - 2 = 0$

4)  $\left(\sqrt{2}, \frac{2}{3}\right) e \left(-\sqrt{2}, \frac{2}{3}\right)$