



www.estudar.com.vc

Cálculo II

Derivadas Parciais

Lista de Exercícios





1. Derivadas Parciais

Elaboração Própria

Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}(2,1)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(2,1)$:

- $f(x, y) = x^2 + 3y^2 + xy^4$
- $f(x, y) = \cos\left(\frac{x^2}{y}\right)$
- $f(x, y) = xe^{2y} + \arctan(xy)$

2. Derivadas Parciais em Pontos não Definidos

Elaboração Própria

Considere a função $f(x, y) = \sqrt{x^2 + 2y^2}$:

- Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}$.
- Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$.

3. Derivadas Parciais em Pontos não Definidos

Lista 2 - Exercício 5 - Adaptado

Seja $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2}, & \text{se } (x, y) \neq (0,0); \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0,0) \end{cases}$

- Mostre que f é contínua em $(0,0)$.
- Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}$.
- Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$.
- Calcule $\frac{\partial f}{\partial y}$.
- Calcule $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$.



4. Derivadas Parciais de Segunda Ordem

Elaboração Própria

Seja $f(x, y) = x^2y + \sin(xy) - e^{-2x}$:

- Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}$ e $\frac{\partial f}{\partial y}$.
- Calcule $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$.
- Calcule $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$.
- Calcule $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$.
- Calcule $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$.

5. Derivadas Parciais

P2 2016 - Questão 1 - Adaptada

Seja $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+3y^2}, & \text{se } (x, y) \neq (0,0); \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0,0) \end{cases}$

- Determine $\frac{\partial f}{\partial x}$, explicitando o domínio.
- Determine $\frac{\partial f}{\partial y}$, explicitando o domínio.
- $\frac{\partial f}{\partial x}$ é contínua em $(0,0)$? Justifique.

6. Derivadas Parciais

P2 2015 - Questão 1 - Adaptada

Seja $f(x, y) = \sqrt[3]{3x^4 + 2y^4}$.

- Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- Verifique se a função $\frac{\partial f}{\partial x}$ é ou não contínua em $(0,0)$.



Gabarito

1.

a. $\frac{\partial f}{\partial x} = 5, \frac{\partial f}{\partial y} = 14$

b. $\frac{\partial f}{\partial x} = -4\sin 4, \frac{\partial f}{\partial y} = 4\sin 4$

c. $\frac{\partial f}{\partial x} = e^2 + \frac{1}{5}, \frac{\partial f}{\partial y} = 2e^2 + \frac{2}{5}$

2.

a. $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{x}{\sqrt{x^2+2y^2}}$

b. Não existe (∞)

3.

a. 0

b. $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{x^2(x^2+3y^2)}{(x^2+y^2)^2}$

c. 1

d. $\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{-2y^3y}{(x^2+y^2)^2}$

e. 0

4.

a. $\frac{\partial f}{\partial x} = 2xy + y \cos(xy) + 2e^{-2x}$ e $\frac{\partial f}{\partial y} = 2x + x \cos(xy)$

b. $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 2y - y^2 \sin(xy) - 4e^{-2x}$

c. $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -x^2 \sin(xy)$

d. $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 2x + \cos(xy) - xy \sin(xy)$



e. $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = 2x + \cos(xy) - xy \sin(xy)$

5.

a. $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{3y^4 - x^2 y^2}{(x^2 + 3y^2)^2} e^{\frac{\partial f(0,0)}{\partial x}} = 0$ (domínio: \mathbb{R}^2)

b. $\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{2x^3 y}{(x^2 + 3y^2)^2} e^{\frac{\partial f(0,0)}{\partial y}} = 0$ (domínio: \mathbb{R}^2)

c. A função não é contínua em (0,0).

6.

a. $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{4x^3}{(3x^4 + 2y^4)^{\frac{2}{3}}} e^{\frac{\partial f(0,0)}{\partial x}} = 0$ (domínio: \mathbb{R}^2)

b. A função é contínua em (0,0).