



[estudar.com.br](https://estudar.com.br)

# Cálculo

## Limites e Derivadas





## Condição de existência de um limite

Se o limite de uma função  $f$  existe, , para  $x \rightarrow a$ , então vale que:

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$$

## Propriedades dos limites

Soma e subtração:  $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

Multiplicação:  $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

Quociente:  $\lim_{x \rightarrow a} \left( \frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$ , desde que  $g(x) \neq 0$  e  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$

Multiplicação por escalar:  $\lim_{x \rightarrow a} (\beta \cdot f(x)) = \beta \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x)$ ,  $\beta \in R$

## Continuidade de funções

Se uma função  $f$  é contínua no ponto  $x = a$ , então:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

## Teorema do Confronto

Sejam três funções,  $f(x)$ ,  $g(x)$  e  $h(x)$ , tais que:

$$f(x) \leq g(x) \leq h(x), \text{ para todo } x \neq a.$$

Se  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} h(x) = L$ , então pode-se afirmar que  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L$ .



## Definição de derivada em um ponto

A derivada de uma função  $f$ , num ponto  $x = a$  pertencente a seu domínio, será  $f'(a)$ , tal que:

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Graficamente,  $f'(a)$  indica o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico da função  $f$  no ponto  $x = a$ .

## Definição de derivada (forma geral)

A expressão da derivada de uma função  $f$  será  $f'(x)$ , tal que:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

## Regras de derivação

Regra da soma e subtração:  $(f \pm g)'(a) = f'(a) \pm g'(a)$

Regra do produto:  $(f \cdot g)'(a) = f'(a) \cdot g(a) + f(a) \cdot g'(a)$

Regra do quociente:  $\left(\frac{f}{g}\right)'(a) = \frac{f'(a) \cdot g(a) - f(a) \cdot g'(a)}{(g(a))^2}$ , desde que  $g(x) \neq 0$

## Regra da Cadeia

A derivada da função composta  $f \circ g$  num ponto  $x = a$  é tal que:

$$(f \circ g)'(a) = f'(g(a)) \cdot g'(a)$$



Em outras palavras: a derivada da função composta é igual à derivada da função “mais externa”, calculada na função “mais interna”, vezes a derivada da função “mais interna”.

## Derivabilidade e Continuidade

Se uma função  $f$  é derivável em um ponto  $x = a$ , então pode-se assegurar que ela é contínua em  $x = a$ .

Mas se uma função  $f$  é contínua em  $x = a$ , não necessariamente ela será derivável em  $x = a$ .