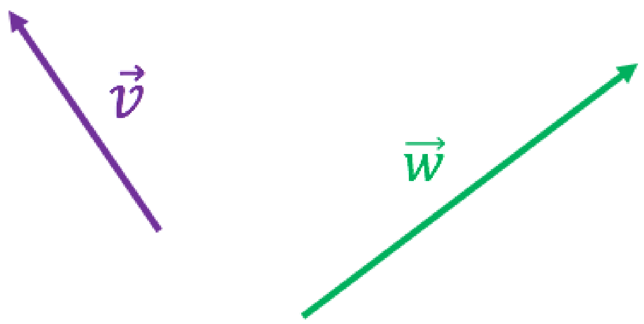
www.estudar.com.vc

Introdução à Mecânica

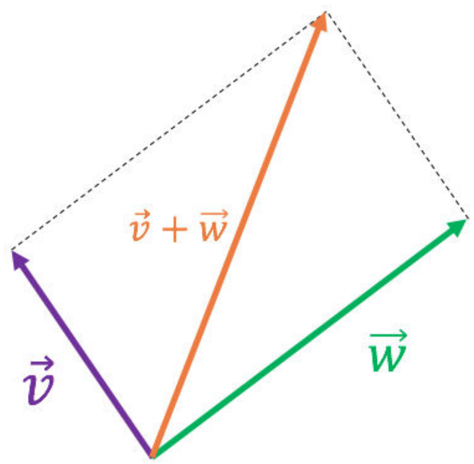
Soma e Subtração de Vetores

Explicação

Lidaremos um pouco mais agora com soma e subtração de vetores tendo em vista sua **interpretação geométrica**, ou seja, aquelas setas. Para isso adotaremos dois vetores $\vec{v}$ e $\vec{w}$ diferentes entre si:



Para somar esses vetores, a gente junta a origem das duas "setas" em uma só e traça paralelas da seguinte forma:

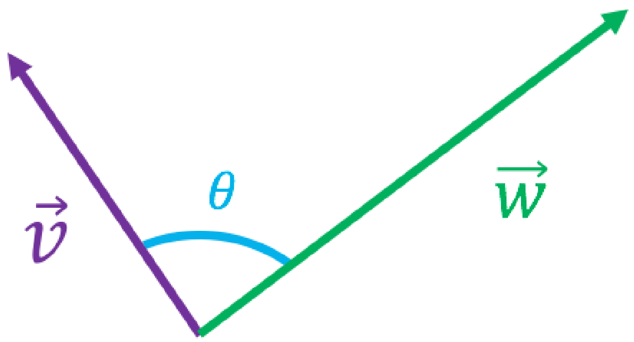


Dessa forma, o vetor soma ($\vec{v} + \vec{w}$) será a seta que liga a origem das "setas" e o encontro das paralelas, como indicado.

É possível obter o módulo de $\vec{v} + \vec{w}$, ou seja, a intensidade do vetor soma, por geometria, usando a **lei dos cossenos**. Para isso você vai precisar de:

- O módulo do vetor $\vec{v}$
- O módulo do vetor $\vec{w}$

- O ângulo entre $\vec{v}$ e $\vec{w}$ (suponha θ)

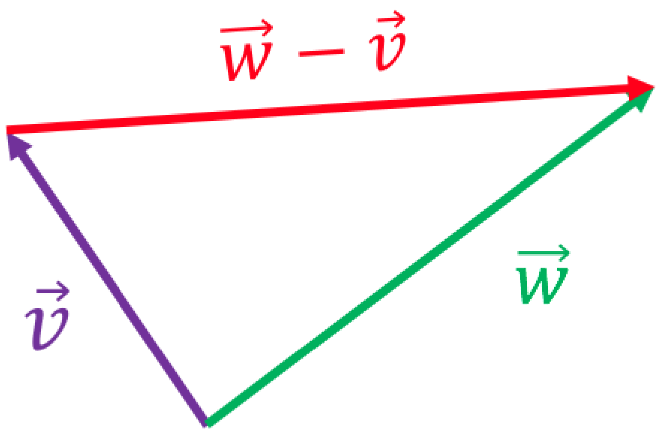


Assim, tendo tudo isso:

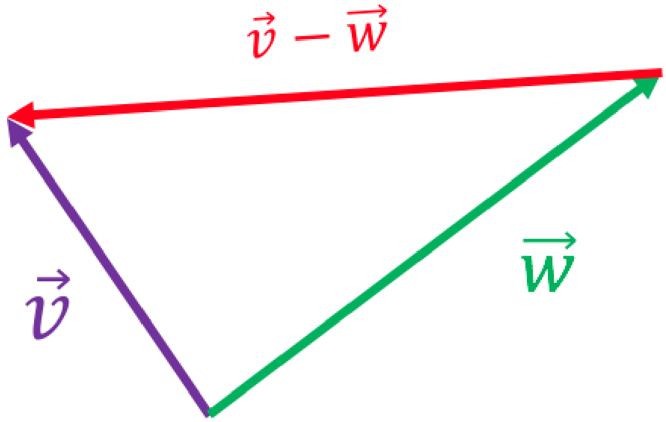
$$|\vec{v}+\vec{w}|^2 = |\vec{v}|^2 + |\vec{w}|^2 + 2 \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{w}| \cdot \cos\theta$$

A ideia de subtração é a mesma, basta realizar a soma com um dos vetores invertidos. Para poupar espaço e facilitar a representação do vetor diferença ($\vec{d}$), podemos apenas conectar as duas pontinhas dos vetores $\vec{v}$ e $\vec{w}$. O sentido será determinado pela ordem da diferença.

- $\vec{d} = \vec{w} - \vec{v}$



- $\vec{d} = \vec{v} - \vec{w}$

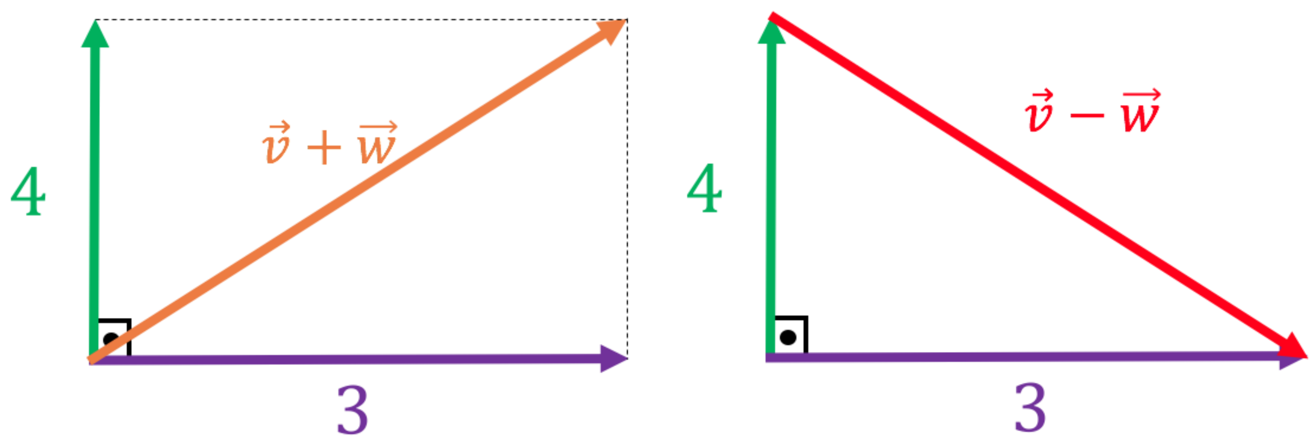


E o módulo também pode ser calculado pela lei dos cossenos:

$$\left|\vec{d}\right|^2 = |\vec{w} - \vec{v}|^2 = |\vec{v}|^2 + |\vec{w}|^2 - 2 \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{w}| \cdot \cos\theta$$

Mudando apenas o sinal no final da equação.

Um exemplo disso seria um vetor para $\vec{v}$ para a direita de módulo $3{,}0\ m$ e um vetor $\vec{w}$ para cima de módulo $4{,}0\ m$. As representações dos vetores $\vec{v} + \vec{w}$ e $\vec{v} - \vec{w}$ são:



Como o ângulo entre eles é de 90º, temos $\cos 90° = 0$. Assim, o módulo de $\vec{v} + \vec{w}$ é igual ao módulo de $\vec{v} - \vec{w}$, pois a Lei dos Cossenos reduz-se a:

$$|\vec{v} - \vec{w}|^2 = |\vec{v}|^2 + |\vec{w}|^2 - 2 \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{w}| \cdot \cos 90°$$

$$|\vec{v} + \vec{w}|^2 = |\vec{v}|^2 + |\vec{w}|^2 \underbrace{+ 2 \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{w}| \cdot \cos 90°}_{0}$$

Assim:

$$|\vec{v} - \vec{w}|^2 = |\vec{v} + \vec{w}|^2 = |\vec{v}|^2 + |\vec{w}|^2$$

Que é:

$$|\vec{v} - \vec{w}|^2 = |\vec{v} + \vec{w}|^2 = 9 + 16 = 25\ m$$

E enfim:

$$|\vec{v} - \vec{w}| = |\vec{v} + \vec{w}| = 5\ m$$