www.estudar.com.vc

Cálculo III

Lista de Exercícios

LIVE: Exercícios P2

Lista de Exercícios

1. Séries

P2 2018.1 Noturno – Exercício 2, P3 2016.1 Diurno – Exercícios 1 e 2

Para os itens **a** e **b** abaixo, verifique se a série é absolutamente convergente, condicionalmente convergente ou divergente:

a. $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^{3/2}+3k}{8-3k^2+2k^{5/2}}$
b. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{\ln n}{n}$
c. Encontre o intervalo de convergência da série:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+7}(x-2)^n$$

2. Solução de EDO por Série de Potência

P3 2018.1 Vespertino – Exercício 2 Adaptado

Considere a equação linear homogênea de segunda ordem:

$$xy'' - xy' - y = 0$$

a. Prove que $x = 0$ é um ponto singular regular dessa EDO.
b. Encontre uma solução em série de potências em torno de $x = 0$, indicando a equação indicial, as relações de recorrência e o termo geral.

3. Sistemas de EDO

P2 2017.1 Vespertino – Exercício 2

Responda os itens:

a. Dado o sistema linear homogêneo de EDO's:

$$x'(t) = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} x(t)$$

I. Prove que o autovalor é 4 com multiplicidade dois.
II. Determine a solução geral do sistema linear homogêneo de EDO's.

b. Ache a solução geral do sistema linear não-homogêneo utilizando o método da variação dos parâmetros (indicando claramente a matriz fundamental). Note que o sistema homogêneo associado está descrito no item **a** do exercício.

$$x'(t) = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} te^{4t} \\ t^2 e^{2t} \end{pmatrix}$$

Observação: A resposta final do exercício pode ser dada em termos da matriz fundamental; ou seja, na sua resposta, não é necessário multiplicar a matriz fundamental pela função vetorial que você deve determinar.

4. Equação Diferencial Parcial

P3 2016.1 Diurno – Exercício 7

Resolva o seguinte problema de condução de calor usando o método de separação de variáveis justificando detalhadamente toda a análise.

$$\begin{cases} u_t = 6u_{xx}, \qquad 0 \leq x \leq 4, t > 0 \\ u_x(0,t) = u_x(4,t) = 0, \qquad t \geq 0 \\ u(x,0) = 3 + 6\cos \pi x + 7\cos 4\pi x + \cos \dfrac{17\pi x}{4}, \qquad 0 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

Gabarito

1.

a. Divergente

b. Condicionalmente convergente

a. [1,3[

2.

a. Demonstração

b. $y(x) = a_0 x e^x$

3.

a. Demonstração, $x(t) = e^{4t}\begin{pmatrix} 1 & t-\frac{1}{3} \\ -1 & -t \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$

b. $x(t) = e^{4t}\begin{pmatrix} 1 & t-\frac{1}{3} \\ -1 & -t \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} + e^{4t}\begin{pmatrix} 1 & t-\frac{1}{3} \\ -1 & -t \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{2}{3}t^3 + \frac{3}{4}t^4 \\ -\frac{3}{2}t^2 - t^3 \end{pmatrix}$

4.

$$u(x,t) = 3 + 6\cos(\pi x)\, e^{-6\left(\frac{n\pi}{4}\right)^2 t} + 7\cos(4\pi x)\, e^{-6\left(\frac{n\pi}{4}\right)^2 t} + \cos\left(\frac{17\pi x}{4}\right) e^{-6\left(\frac{n\pi}{4}\right)^2 t}$$