



[www.estudar.com.vc](http://www.estudar.com.vc)

# **Colisões**

## **Colisão Parcialmente Elástica**

### Explicação





## 1. Coeficiente de Restituição

O **coeficiente de restituição** ( $e$ ) é uma grandeza usada em colisões parcialmente elásticas. Ele é um número adimensional entre 0 e 1. Ele é definido pelo módulo da **velocidade de afastamento** ( $v_{af}$ ) dividido pelo módulo da **velocidade de aproximação** ( $v_{ap}$ ):

$$e = \frac{v_{af}}{v_{ap}}$$

A velocidade de aproximação é a velocidade relativa entre os corpos **antes da colisão**. A velocidade de afastamento é a velocidade relativa entre os corpos **depois da colisão**.

### Casos particulares do Coeficiente de Restituição:

$e = 1$  – Colisão Perfeitamente Elástica

$e = 0$  – Colisão Inelástica

Um exemplo de cálculo é quando uma bolinha cai no chão de uma altura de  $h_0 = 40,0 \text{ cm}$ , quica e volta a uma altura de  $h = 10,0 \text{ cm}$ :



Da teoria de queda livre, sabemos que a velocidade da bolinha ao chegar ao chão é:

$$v_{ap} = \sqrt{2gh_0}$$

Já para a velocidade de afastamento, podemos usar que a velocidade de subida é igual, em módulo, à velocidade de queda de uma altura  $h$ :

$$v_{af} = \sqrt{2gh}$$

Assim, o coeficiente de restituição entre a bolinha e esse chão é:

$$e = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{2gh_0}} = \sqrt{\frac{h}{h_0}}$$

Aplicando valores, temos:

$$e = \sqrt{\frac{10}{40}} = 0,50$$



## 2. Colisão Parcialmente Elástica

A colisão parcialmente elástica é uma que ocorre perda de energia mecânica. Essa perda é menor do que o caso inelástico e ocorre na forma de calor, som etc.

Nesse tipo de colisão sabemos que o **momento linear se conserva**. Além disso, também vamos ter a fórmula do **coeficiente de restituição**.

Vamos a um exemplo. Imagine dois corpos de mesma massa. Um deles se move a uma velocidade  $\vec{v}_0 = v_0\hat{i}$  em direção ao outro em repouso. Qual é a velocidade de ambos após a colisão, sabendo que o coeficiente de restituição é 0,50?

Começaremos primeiro com a **conservação do momento linear**. Vamos usar  $\vec{v}_1 = v_1\hat{i}$  e  $\vec{v}_2 = v_2\hat{i}$  para as velocidades após a colisão de cada corpo. Considerando que ambos têm massa  $m$ , temos:

$$mv_0\hat{i} = (mv_1 + mv_2)\hat{i}$$

Para usar o coeficiente de restituição, precisamos da velocidade de aproximação e afastamento. A de aproximação é  $v_0$ , pois um dos corpos está parado:

$$v_{ap} = v_0$$

Considerando que o corpo 1 era o que se aproximava, após a colisão o corpo 2 terá maior velocidade. Caso fosse o contrário, poderia ocorrer outras colisões. Assim, a velocidade relativa de afastamento é:

$$v_{af} = v_2 - v_1$$



Iremos adotar, inicialmente como hipótese, que suas velocidades apontam na direção positiva de  $i$ . Caso isso não ocorra, o resultado da velocidade de sentido oposto em questão aparecerá com sinal negativo.

Pela definição de **coeficiente de restituição**:

$$e = \frac{v_2 - v_1}{v_0} = \frac{1}{2}$$

Assim:

$$v_2 - v_1 = \frac{v_0}{2}$$

Fazendo um sistema com a equação da conservação do momento linear (usando apenas os escalares), temos:

$$\begin{cases} v_1 + v_2 = v_0 \\ v_2 - v_1 = \frac{v_0}{2} \end{cases}$$

Assim, temos:

$$v_1 = \frac{v_0}{4}$$

$$v_2 = \frac{3v_0}{4}$$

Se colocarmos na forma vetorial, ficaremos com:



$$\vec{v}_1 = \frac{v_0}{4} \hat{i}$$

$$\vec{v}_2 = \frac{3v_0}{4} \hat{i}$$