



www.estudar.com.br

Dinâmica de Rotações

Segunda Lei de Newton para Rotações

Explicação





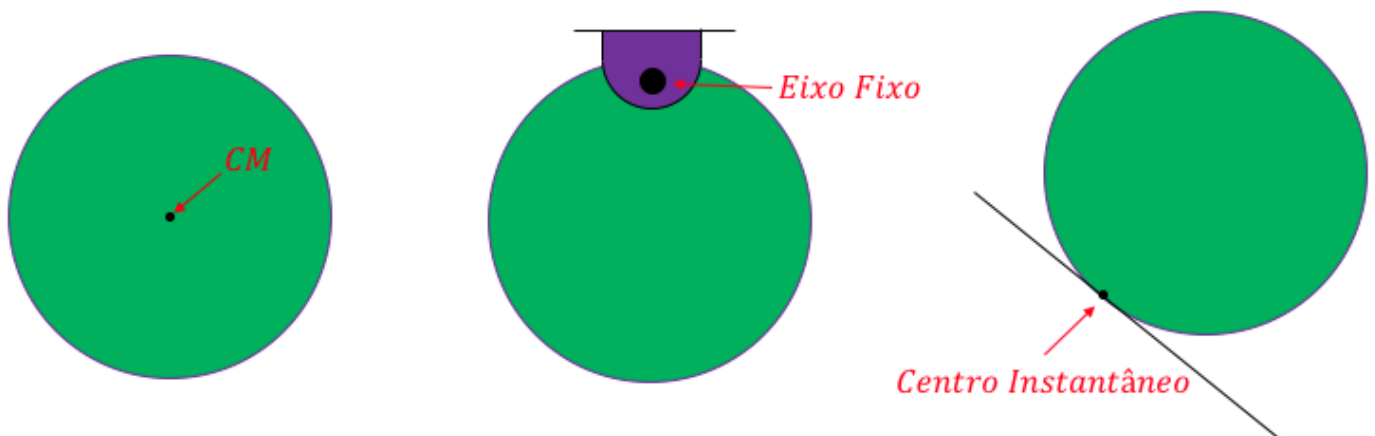
Já sabemos que em um sistema, a Segunda Lei de Newton tem forma:

$$\vec{F}_r = m \cdot \vec{a}_{CM}$$

Sendo que \vec{a}_{CM} é a aceleração do centro de massa. Temos um análogo para mecânica de rotações. Chamaremos de $\vec{\tau}_{ext}$ a soma de todos os torques externos em relação a um polo, de um sistema. Chamando de \vec{L} o vetor momento angular total do sistema em relação ao mesmo polo, vamos ter a Segunda Lei geral para rotações:

$$\vec{\tau}_{ext} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Difícilmente a gente vai usar essa forma da segunda lei. A gente adota **centro de massa** ou **centros de rotação** (fixos ou instantâneos) como polo. Alguns exemplos estão indicados abaixo:



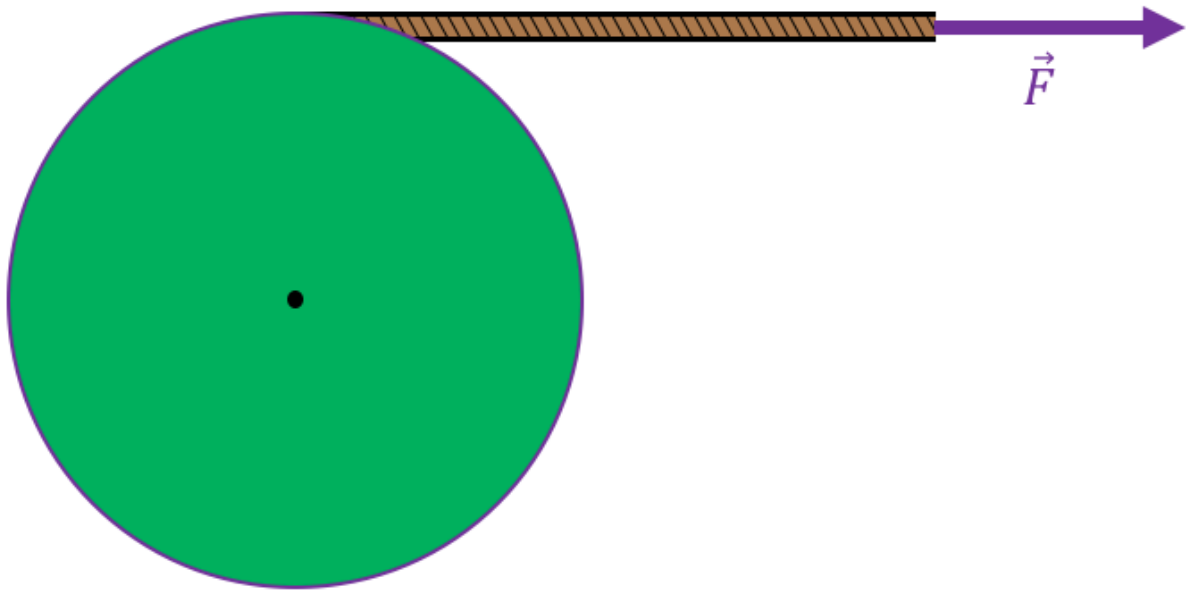
Nessas situações, vamos ter que a Segunda Lei de Newton será:

$$\vec{\tau}_{ext} = I\vec{\alpha}$$



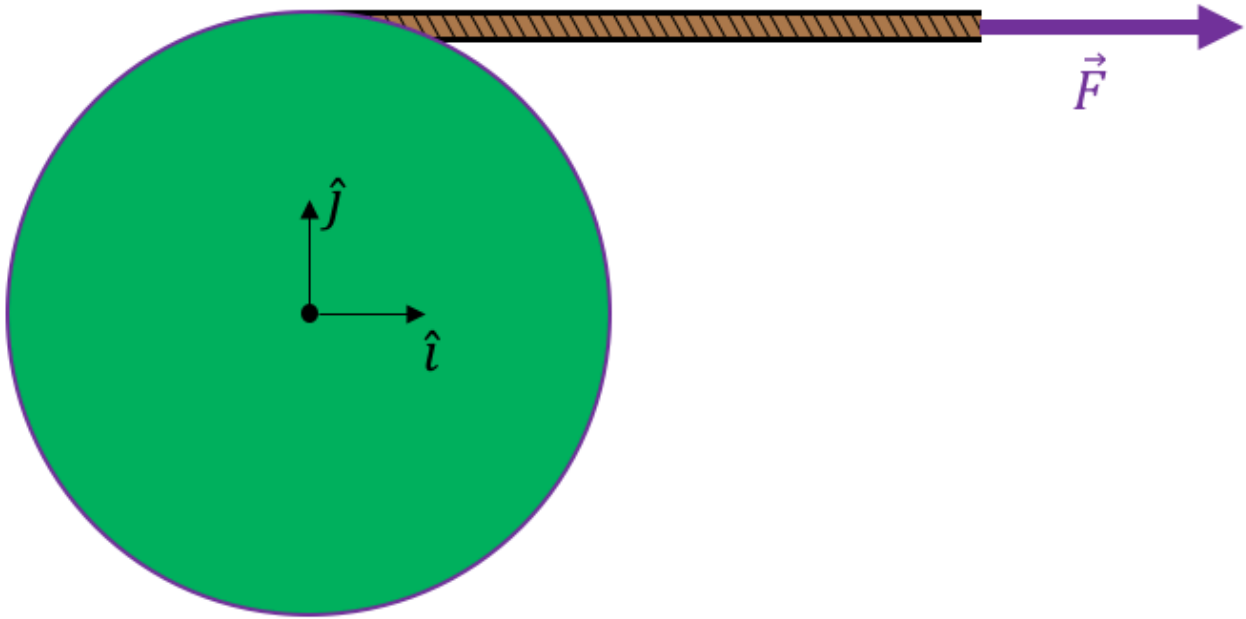
Seja I o momento de inércia em relação a um desses polos, $\vec{\tau}_{ext}$ o torque externo em relação a esse polo, e $\vec{\alpha}$, o vetor aceleração angular.

Agora vamos ver um exemplo. Veja o disco homogêneo de 2 kg abaixo sendo puxado por um fio ideal. O disco está preso em seu centro:



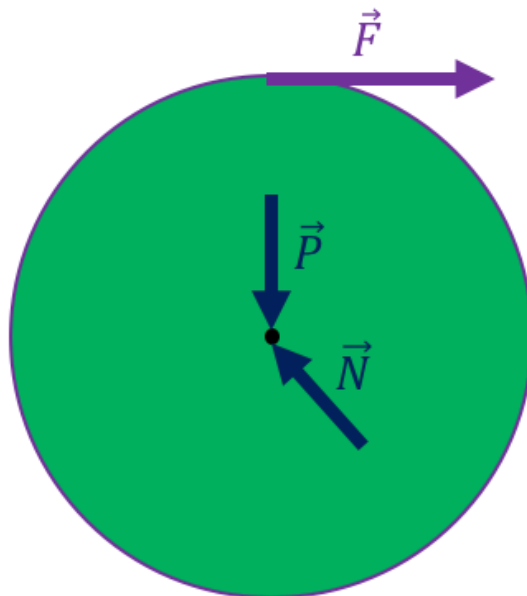
A força \vec{F} tem intensidade de 2 N , e o disco tem raio 1 m . Dessa forma, vamos calcular a aceleração angular desse disco a partir da Segunda Lei de Newton de rotações.

Primeiro, vamos adotar um sistema de coordenadas. Vamos colocar a origem no centro do disco e versores \hat{i} e \hat{j} indicados:



Agora vamos adotar um polo. O mais conveniente para nós adotarmos é o próprio centro de massa do disco, que é a origem do sistema de coordenadas.

Agora vamos fazer o diagrama de forças desse disco. As forças que atuam nele é a \vec{F} indicada, a força peso \vec{P} e a força de reação do prego \vec{N} indicadas abaixo:

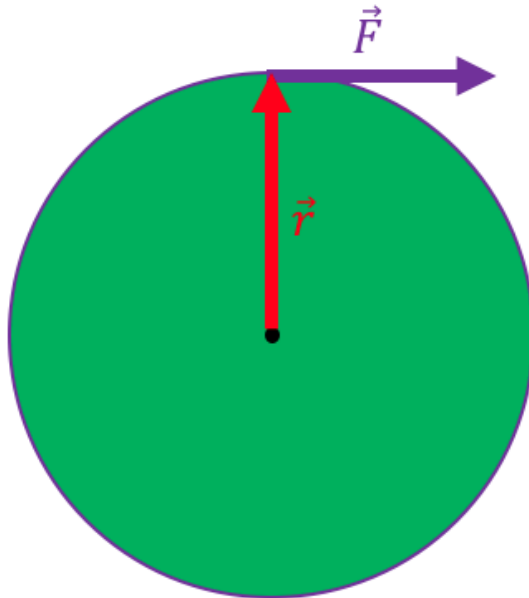




Não sabemos a direção exata da força normal, mas isso não importa para esse exemplo, já que as forças \vec{P} e \vec{N} possuem torque nulo em relação à origem, pois o vetor \vec{r} é nulo. Assim, apenas a força $\vec{F} = 2\hat{i} \text{ N}$ possui torque. Dessa forma:

$$\vec{\tau}_{ext} = \vec{r} \times \vec{F}$$

O vetor \vec{r} é o vetor posição do ponto de aplicação da força em relação ao polo (origem). O módulo desse vetor é o próprio raio de $1,0 \text{ m}$ do disco, e esse vetor aponta para cima, como indicado:



Isso fica $\vec{r} = 1\hat{j} \text{ m}$. Assim, vamos ter que o torque é:

$$\vec{\tau}_{ext} = \hat{j} \times (2\hat{i}) \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\vec{\tau}_{ext} = -2\hat{k} \text{ N} \cdot \text{m}$$

Agora podemos usar a Segunda Lei de Newton de Rotações:

$$\vec{\tau}_{ext} = I\vec{\alpha}$$



O momento de inércia de um disco em relação a um eixo que passa pelo seu centro de massa é conhecido, e é dado por:

$$I_{CM} = \frac{MR^2}{2}$$

Usando a massa de $2,0 \text{ kg}$ e o raio de $1,0 \text{ m}$, o momento de inércia é:

$$I = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Por fim, vamos ter a igualdade:

$$1 \cdot \vec{\alpha} = -2 \hat{k} \quad (SI)$$

Dando, por fim:

$$\vec{\alpha} = -2 \hat{k} \text{ rad/s}^2$$