



www.estudar.com.br

Dinâmica de Rotações

Trabalho e Energia Cinética

Explicação





Agora iremos apresentar algumas grandezas de energia em rotações. Por enquanto vamos apenas considerar **rotação em torno de um eixo fixo**. Isso quer dizer que o corpo apenas roda no mesmo lugar, sem se mexer (como um preguinho que deixa o corpo rodar, mas não deixa sair dali).

A primeira grandeza é o trabalho de um torque constante ($\vec{\tau}$). Ele é dado pelo produto escalar do torque e do deslocamento angular ($\Delta\vec{\theta}$):

$$W = \vec{\tau} \cdot \Delta\vec{\theta}$$

Note que essa fórmula é análoga à vista para um corpo em translação ($W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{x}$).

Já para a energia cinética, precisamos do momento de inércia em relação ao eixo que passa pelo ponto fixo (I) e da velocidade angular em módulo (ω). Dessa forma, vamos ter:

$$K = \frac{I\omega^2}{2}$$

Temos também um análogo para o teorema da energia cinética em rotações (para a situação do eixo fixo). É exatamente a mesma coisa, só que envolvendo torques e momento de inércia:

$$W = \Delta K$$

Só para mostrar de exemplo, imagine um gira-gira de momento de inércia $2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ em torno do seu centro de rotação. Uma criança começa a rodar esse



gira-gira com torque constante de $5 \text{ N} \cdot \text{m}$. Se o gira-gira começa em repouso, qual a velocidade angular final dele, após completar uma volta?

Isso é uma aplicação de tudo que foi explicado aqui. Primeiramente, vamos calcular o trabalho realizado por esse torque. Os dois vetores ($\vec{\tau}$ e $\Delta\vec{\theta}$) apontam para a mesma direção e sentido. Assim, o produto escalar:

$$W = |\vec{\tau}| \cdot |\Delta\vec{\theta}| \cdot \cos \theta$$

Vai virar:

$$W = |\vec{\tau}| \cdot |\Delta\vec{\theta}|$$

Porque o ângulo entre os vetores é 0. Assim, vamos usar o torque de $5 \text{ N} \cdot \text{m}$ e o ângulo de $2\pi \text{ rad}$, já que queremos a velocidade angular depois de uma volta.

$$W = 5 \cdot 2\pi \text{ J}$$

$$W = 10\pi \text{ J}$$

A variação da energia cinética é:

$$\Delta K = \frac{I\omega_f^2}{2} - \frac{I\omega_i^2}{2}$$

Como o gira-gira começa em repouso, $\omega_i = 0 \text{ rad/s}$. Aplicando o valor de $I = 2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ na conta:

$$\Delta K = \omega_f^2 \text{ (SI)}$$



Finalmente, podemos aplicar o teorema da energia cinética:

$$W = \Delta K$$

Assim:

$$\omega_f^2 = 10\pi \text{ (SI)}$$

Temos então o maravilhoso resultado:

$$\omega_f = \sqrt{10\pi} \text{ rad/s}$$