



www.estudar.com.vc

Colisões

Colisão Elástica 1D

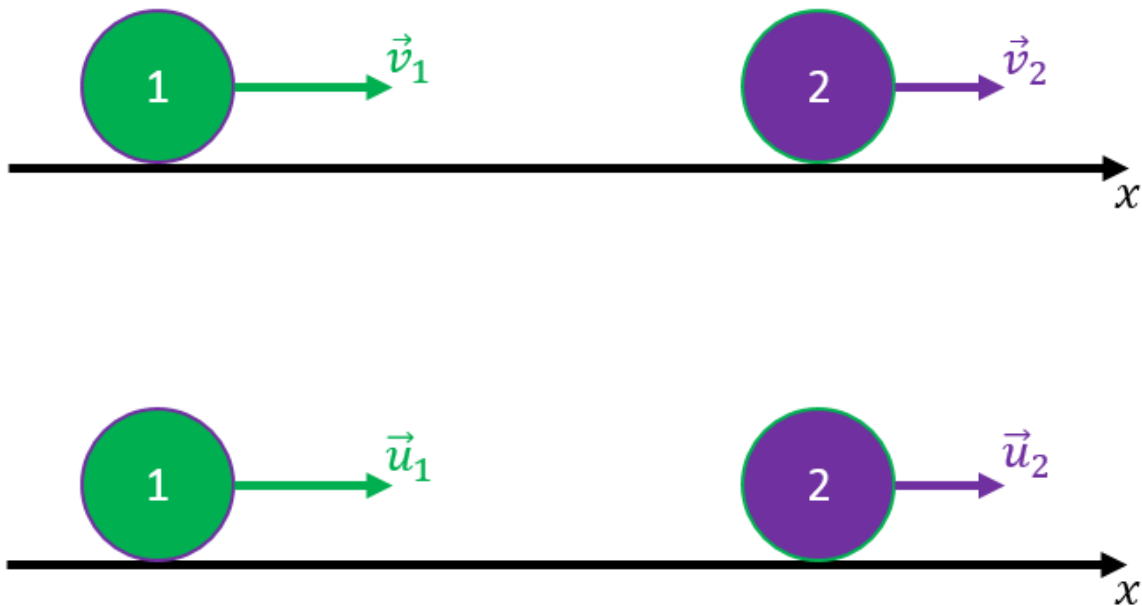
Explicação





Um dos tipos de colisão que mais aparece em exercício é a **colisão perfeitamente elástica**. Nessa colisão, a **energia mecânica é conservada**.

Para analisarmos melhor o que será equacionado, veja a seguinte situação abaixo:



Inicialmente, temos uma bolinha 1 com velocidade $\vec{v}_1 = v_1 \hat{i}$ e uma bolinha 2 com velocidade $\vec{v}_2 = v_2 \hat{i}$. Depois de sofrerem uma colisão perfeitamente elástica, elas ficam com velocidades $\vec{u}_1 = u_1 \hat{i}$ e $\vec{u}_2 = u_2 \hat{i}$.

Como só o choque entre 1 e 2 é relevante (forças peso e normal se anulam), podemos usar **conservação do momento linear**:

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f$$

$$(m_1 v_1 + m_2 v_2) \hat{i} = (m_1 u_1 + m_2 u_2) \hat{i}$$

Lidando apenas com os escalares, temos a seguinte equação:



$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2 \quad (I)$$

Além dela, temos que, em **colisões elásticas**, a **energia mecânica é conservada**.

Assim:

$$E_i = E_f$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2} \quad (II)$$

Para podermos trabalhar mais facilmente, vamos reescrever (I):

$$m_1 u_1 - m_1 v_1 = m_2 v_2 - m_2 u_2$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2 - u_2}{u_1 - v_1} \quad (I')$$

E vamos reescrever (II):

$$m_1 u_1^2 - m_1 v_1^2 = m_2 u_2^2 - m_2 v_2^2$$

$$m_1 (u_1 - v_1)(u_1 + v_1) = m_2 (u_2 - v_2)(u_2 + v_2)$$

$$m_1 (u_1 + v_1) = \left(\frac{u_2 - v_2}{u_1 - v_1} \right) m_2 (u_2 + v_2) \quad (II')$$

Podemos fazer uma substituição direta de (I') em (II'):

$$m_1 (u_1 + v_1) = \frac{m_1}{m_2} \cdot m_2 (u_2 + v_2)$$



Obtendo uma terceira equação, bem mais bonita:

$$u_1 + v_1 = u_2 + v_2$$

$$u_2 - u_1 = v_1 - v_2 \text{ (III)}$$

Essa equação (III) e a (I) formam um sistema linear com incógnitas u_2 e u_1 :

$$\begin{cases} m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ u_2 - u_1 = v_1 - v_2 \end{cases}$$

Resolvendo esse sistema, vamos ter:

$$u_1 = \frac{2m_2 v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2}$$

$$u_2 = \frac{2m_1 v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2}$$

Por fim, na forma vetorial, isso ficaria:

$$\vec{u}_1 = \frac{2m_2 v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2} \hat{i}$$

$$\vec{u}_2 = \frac{2m_1 v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2} \hat{i}$$