



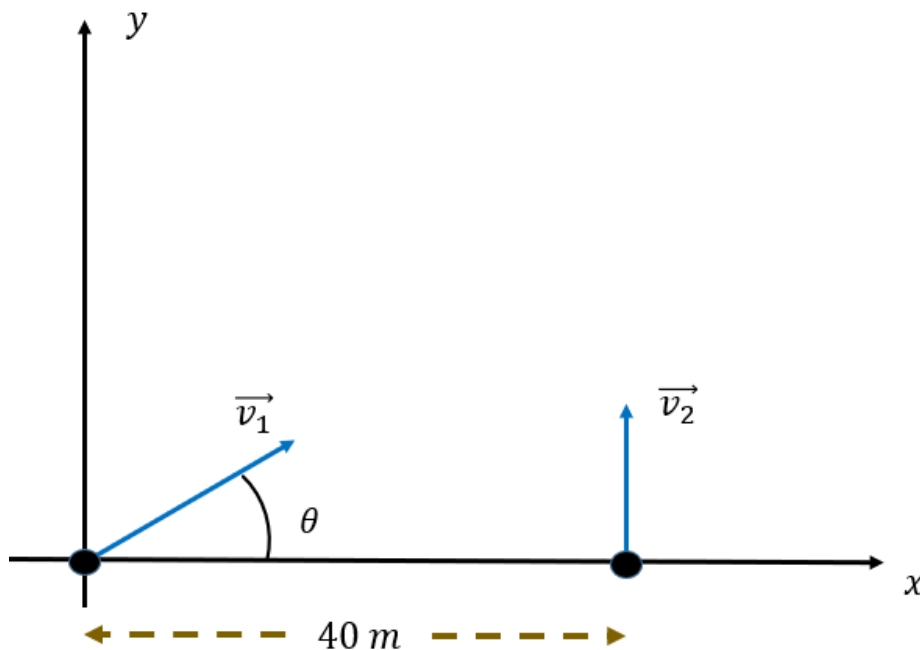
[www.estudar.com.br](http://www.estudar.com.br)

**P1 2017 v2 UFABC**  
**Adaptada**  
**Exercício 1c Posição de Colisão**  
Explicação





1. Davi usa seu estilingue para lançar uma pedra com velocidade inicial  $v_1 = 25 \text{ m/s}$ , formando um ângulo  $\theta$  com a horizontal. No mesmo instante, o gigante Golias salta verticalmente a partir do ponto  $P$  ( $x_P = 40 \text{ m}$  e  $y_P = 0 \text{ m}$ ), com uma velocidade inicial  $v_2 = 15 \text{ m/s}$ . Considere a aceleração da gravidade  $g = 10 \text{ m/s}^2$  suponha que o lançamento e o salto ocorrem simultaneamente, em  $t = 0 \text{ s}$ .



b. Qual é a altura  $h$  em relação ao chão quando a colisão ocorre?

Para que ocorra a **colisão**, os vetores posição dos dois corpos devem ser **idênticos** (iguais no eixo  $x$  e no eixo  $y$ ) em um instante  $t$ . Vamos lembrar os vetores posição que calculamos no item **a.**:

$$\vec{r}_1(t) = (25\cos\theta \cdot t)\vec{i} + (25\text{sen}\theta \cdot t - 5t^2)\vec{j}$$

$$\vec{r}_2(t) = 40\vec{i} + (15t - 5t^2)\vec{j}$$



Aqui a ideia é a mesma do item **b.**: igualar os vetores  $\vec{r}_1(t)$  e  $\vec{r}_2(t)$  (é uma colisão) e montar as igualdades separadas nos eixos  $x$  e  $y$ . Teremos:

$$25\cos\theta \cdot t = 40$$

$$25\sin\theta \cdot t - 5t^2 = 15t - 5t^2$$

Calculamos o valor de  $\sin\theta$  no item **b.** ( $\sin\theta = \frac{3}{5}$ ). A partir do seno de um ângulo, podemos calcular o cosseno, por trigonometria:

$$(\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2 = 1 \Rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^2 + (\cos\theta)^2 = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (\cos\theta)^2 = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos\theta = \pm \frac{4}{5}$$

Pela figura, sabemos que  $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ , então  $\cos\theta \geq 0$ .

$$\cos\theta = -\frac{4}{5}$$

*não convém!*

Com isso, encontramos o valor para  $\cos\theta$ :

$$\cos\theta = \frac{4}{5}$$

Agora, vamos substituir o valor de  $\cos\theta$  na equação de movimento do eixo  $x$ :

$$25\cos\theta \cdot t = 40$$



$$25 \cdot \frac{4}{5} \cdot t = 40 \Rightarrow t = \frac{40}{20} = 2s$$

Sabemos que o tempo transcorrido até a colisão é  $t = 2s$ , então, para calcular a altura, vamos **substituir** esse valor de  $t$  em alguma das expressões de posição no eixo  $y$ . (Aqui, vamos substituir nas duas. Isso não é necessário, mas é importante para assegurar que você não erre contas na prova, por exemplo):

$$\vec{r}_2(t) = 40\vec{i} + (15t - 5t^2)\vec{j}$$

$$r_{2y} = 15t - 5t^2$$

$$r_{2y} = 15 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2 \Rightarrow r_{2y} = 10 \text{ m}$$

Vamos conferir se a posição da pedra ( $\vec{r}_1$ ) é a mesma, no eixo  $y$ , para  $t = 2s$ :

$$\vec{r}_1(t) = (25\cos\theta \cdot t)\vec{i} + (25\sin\theta \cdot t - 5t^2)\vec{j}$$

$$r_{1y} = 25\sin\theta \cdot t - 5t^2$$

$$r_{1y} = 25 \cdot \frac{3}{5} \cdot 2 - 5 \cdot 2^2 \Rightarrow r_{1y} = \underbrace{10 \text{ m}}_{\text{bateu!}}$$

Assim, temos a altura  $h$  em que ocorre a colisão:  $h = 10 \text{ m}$ .

**Resposta esperada:  $h = 10 \text{ m}$ .**