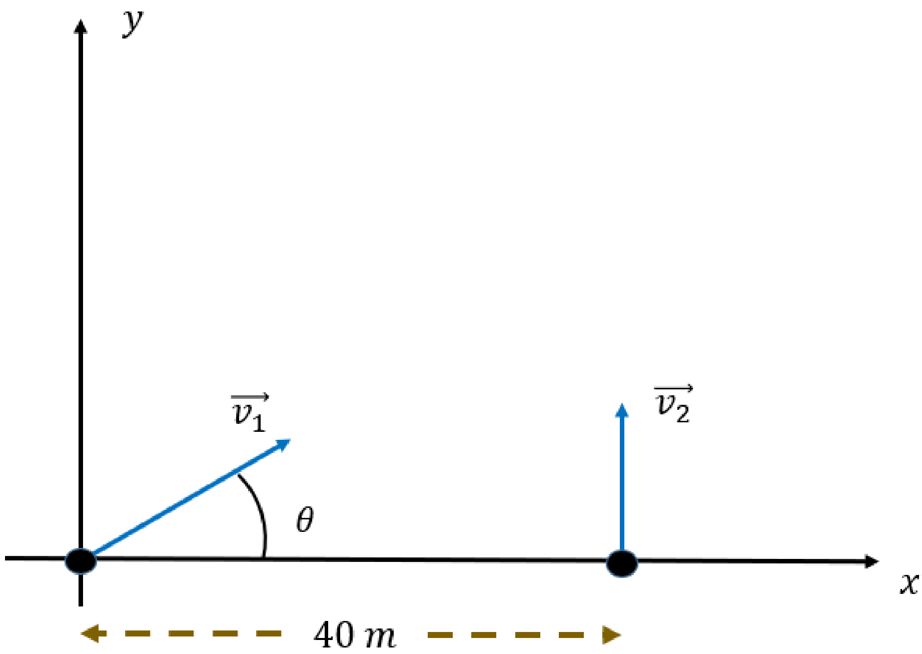
www.estudar.com.vc

P1 2017 v2 UFABC Adaptada

Exercício 1a Equações de Movimento

Explicação

1. Davi usa seu estilingue para lançar uma pedra com velocidade inicial $v_1 = 25\,m/s$, formando um ângulo θ com a horizontal. No mesmo instante, o gigante Golias salta verticalmente a partir do ponto P ($x_P = 40\,m$ e $y_P = 0\,m$), com uma velocidade inicial $v_2 = 15\,m/s$. Considere a aceleração da gravidade $g = 10\,m/s^2$ suponha que o lançamento e o salto ocorrem simultaneamente, em $t = 0\,s$.



a. Escreva as equações de movimento $\vec{r}_1(t)$ e $\vec{r}_2(t)$ em função do tempo para a pedra e para o gigante, respectivamente, utilizando o sistema de coordenadas definido na figura.

O vetor $\vec{v}_{1i}$ representa a **velocidade inicial** da **pedra**, e o vetor $\vec{v}_{2i}$ representa a **velocidade inicial** do **gigante**.

Para resolver essa questão, vamos utilizar o versor $\hat{\imath}$ (com a mesma orientação e sentido do eixo x) e o versor $\hat{\jmath}$ (com a mesma orientação e sentido do eixo y).

Vamos analisar primeiro o movimento da **pedra**, que tem velocidade $v_{1i} = 25\ m/s$. Vamos decompor o vetor $\vec{v}_{1i}$ na horizontal e na vertical:

$$v_{1i_x} = v_{1i} \cdot \cos\theta = 25\cos\theta$$

$$v_{1i_y} = v_{1i} \cdot \text{sen}\theta = 25\text{sen}\theta$$

A única força que atua sobre a pedra é a força **peso**. Isso significa que a pedra apenas terá aceleração **constante vertical** para baixo, de módulo g. Como o eixo y aponta para baixo, a aceleração será negativa:

$$a_{1_y} = -g$$

Como $a_{1_x} = 0$ (só há aceleração vertical), a velocidade nesse eixo será **constante**:

$$v_{1_x} = v_{1i_x} = 25\cos\theta$$

A pedra parte da **origem**, então a posição inicial da pedra é **nula** nos eixos x e y (vamos representar a posição por r):

$$r_{1i_x} = 0 \text{ e } r_{1i_y} = 0$$

Vamos agora montar as equações das posições de cada eixo. No **eixo x**, para o movimento da pedra a aceleração é nula, então temos um caso de UM:

$$S = S_0 + vt \Longrightarrow r_{1_x} = r_{1i_x} + v_{1_x}t$$

$$r_{1_x} = 25\cos\theta \cdot t$$

Já no **eixo y**, a aceleração é constante e diferente de 0, ou seja, um caso de **MUV**:

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Longrightarrow r_{1_y} = r_{1i_y} + v_{1i_y} + \frac{a_{1_y} t^2}{2}$$

$$r_{1_y} = 25\text{sen}\theta \cdot t - \frac{gt^2}{2} = 25\text{sen}\theta \cdot t - 5t^2$$

Agora podemos escrever o vetor $\vec{r}_1(t)$ usando os versores $\vec{\imath}$ e $\vec{\jmath}$:

$$\vec{r}_1(t) = r_{1_x}\vec{\imath} + r_{1_y}\vec{\jmath}$$

$$\vec{r}_1(t) = (25\cos\theta \cdot t)\vec{\imath} + (25\text{sen}\theta \cdot t - 5t^2)\vec{\jmath}$$

Analisando o movimento do **gigante** de forma análoga: a **única força** que atua sobre Golias é, também, a força **peso**, então a aceleração do gigante será vertical para baixo de módulo g (aceleração horizontal é nula).

$$a_{2_y} = -g \ \text{ e } \ a_{2_x} = 0$$

O salto de Golias é vertical para cima, então a **velocidade inicial** do gigante é **positiva** no **eixo y** ($v_{2i_y} = 15\ m/s$) e é **nula** no **eixo x** ($v_{2i_x} = 0$).

A posição inicial do gigante foi apresentada no enunciado: $0\ m$ no eixo y e $40\ m$ no eixo x.

$$r_{2i_x} = 40\ m \ \ e \ \ r_{2i_y} = 0$$

No **eixo y**, a **aceleração** do gigante é **constante** e **não nula** (**MUV**), então podemos aplicar a equação do MUV:

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$r_{2_y} = r_{2i_y} + v_{2i_y} + \frac{a_{2_y} t^2}{2} \Rightarrow r_{2_y} = 15t - 5t^2$$

No **eixo x**, a **aceleração** de Golias **nula**. Mas, a **velocidade inicial** do gigante no eixo x também é **nula**. Com isso, concluímos que o Golias **não se movimenta** no eixo x, ou seja, sua posição será sempre igual à posição inicial nesse eixo:

$$r_{2_x} = r_{2i_y} = 40\ m$$

Agora, vamos representar $\vec{r}_2(t)$ usando os versores $\vec{\imath}$ e $\vec{\jmath}$:

$$\vec{r}_2(t) = r_{2_x}\vec{\imath} + r_{2_y}\vec{\jmath}$$

$$\vec{r}_2(t) = 40\vec{\imath} + (15t - 5t^2)\vec{\jmath}$$

Resposta esperada: $\boldsymbol{\vec{r}_1(t) = (25\cos\theta \cdot t)\vec{\imath} + (25\mathrm{sen}\theta \cdot t - 5t^2)\vec{\jmath}}$

$$\boldsymbol{\vec{r}_2(t) = 40\vec{\imath} + (15t - 5t^2)\vec{\jmath}}$$