www.estudar.com.vc

P2 2015 Poli USP Adaptada

Exercício 7d e 7e Relação Força e Trabalho (Gráfico)

Explicação

7. Uma partícula de massa m executa um movimento unidimensional e possui energia potencial cuja dependência com a coordenada x é:

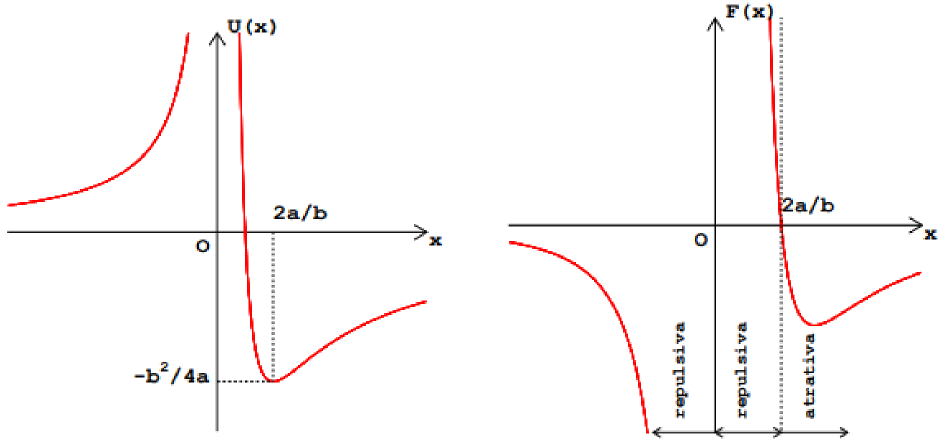
$$U(x) = \frac{a}{x^2} - \frac{b}{x}$$

onde a e b são constantes positivas.

d. Determine qual(ais) o(s) intervalo(s) de energia mecânica E_{mec} para o(s) qual(is) uma partícula sujeita a essa força possui movimento numa região limitada da reta.

e. Determine qual(ais) o(s) intervalo(s) de energia mecânica E_{mec} para o(s) qual(is) uma partícula sujeita a essa força pode ser encontrada a distâncias arbitrariamente grandes da origem.

d. Para esse item, vamos utilizar os gráficos de $U(x)$ e $F(x)$ esboçados no item **b.**:



Conforme visto nos itens anteriores, a energia mecânica da partícula se **conserva** no movimento, ou seja, ocorrem as **trocas** entre energias cinética e potencial.

Então, ao colocar a partícula em repouso – energia cinética nula – num ponto da reta x, a energia mecânica será igual a energia potencial. Com isso, não importando o ponto que a gente pegue, a energia mecânica terá esse valor.

Com isso, podemos fazer uma analogia com o caso de uma bolinha deslizando sobre uma rampa com o formato do gráfico da energia potencial. Quando a soltamos em algum **ponto inicial**, ela começa a descer, e essa energia potencial vai se convertendo em cinética. Quando ela passa pelo ponto mínimo e começa a subir, e a cinética vai se convertendo em potencial até um ponto de retorno onde a cinética será nula novamente.

Se continuarmos pensando na bolinha deslizando pela rampa, podemos imaginar que a "altura" desse ponto de retorno será igual à altura do ponto inicial. Assim que ela chegar ao ponto de retorno, a bolinha tenderá a cair de novo, convertendo novamente a energia potencial em cinética. A bolinha ficará então oscilando entre esses dois extremos: dizemos que ela ficará **confinada**, ou seja, com movimento restrito a essa região.

Esse fenômeno – **confinamento de partículas**, como vimos na teoria – vai ocorrer em regiões do gráfico próximas dos pontos de **equilíbrio estável**, pois neles o gráfico da energia potencial terá esse aspecto de "rampa". Esse ponto de equilíbrio estável a gente já calculou: $x_e = \frac{2a}{b}$. E $U(x_e) = -\frac{b^2}{4a}$.

Agora, para encontrar o intervalo da **energia mecânica** precisaremos encontrar esses extremos nos quais pode haver oscilação, no gráfico acima. Só que a energia mecânica se conserva certo? Então, se a energia mecânica é a soma da energia cinética com a potencial, não podemos começar com uma energia mecânica abaixo da energia potencial mínima no gráfico $\left(U(x_e) = -\frac{b^2}{4a}\right)$, pois assim a energia cinética teria de ser negativa. Então sabemos que a energia mecânica mínima deve ser $-\frac{b^2}{4a}$.

Outra coisa importante devemos notar é que o gráfico de $U(x)$ tende a 0 com x tendendo para $+\infty$, mas nunca chega no 0. Isso quer dizer que, à direita do ponto de equilíbrio, a energia potencial não assume nenhum valor igual ou maior que zero. Então, se escolhermos um ponto à esquerda do ponto de equilíbrio com uma energia mecânica inicial **igual ou maior que zero**, nossa "bolinha" vai deslizar pela rampa e nunca encontrará um ponto com a mesma altura que antes. Ou seja, não conseguiremos confinar essa partícula num movimento oscilatório se escolhermos uma energia mecânica inicial acima de zero.

Portanto, o **intervalo** de **energia mecânica** vai ser aberto em zero e até o ponto de energia potencial mínima: $-\frac{b^2}{4a} \leq E_{mec} < 0$.

Resposta esperada: $\boldsymbol{-\frac{b^2}{4a} \leq E_{mec} < 0.}$

e. Esse item pede **praticamente o caso oposto** ao item anterior, ou seja, valores de E_{mec} para os quais a partícula, em vez de oscilará, começará a se afastar cada vez mais da origem.

Por conta disso, os valores de $\boldsymbol{E_{mec}}$ devem ser **maiores ou iguais a zero** (em oposição à resposta do item anterior).

Porém, para o eixo x negativo $(x < 0)$ a energia mecânica não pode ser igual a zero, pois a energia potencial nessa região não alcança o valor 0 (apenas tende a ele), então teríamos energia cinética negativa em algum ponto, o que não pode ocorrer.

Portanto, temos uma resposta da seguinte forma:

$$\begin{cases} x > 0: E_{mec} \geq 0 \\ x < 0: E_{mec} > 0 \end{cases}$$

Resposta esperada: $\boldsymbol{\begin{cases} x > 0: E_{mec} \geq 0 \\ x < 0: E_{mec} > 0 \end{cases}}$