



[www.estudar.com.br](http://www.estudar.com.br)

**P2 2017 Poli USP**  
**Adaptada**  
**Exercício 4 Colisão**  
**Bidimensional**  
Explicação





4. Em uma colisão elástica bidimensional, vemos que o módulo do momento final  $p_{1f}$  do corpo incidente depende do ângulo de espalhamento  $\theta$  da partícula, da razão entre as massas  $\lambda = \frac{m_2}{m_1}$  e do momento inicial da partícula incidente  $p_{1i}$ . No referencial em que a partícula 2 está inicialmente em repouso, essa relação é dada por:

$$p_{1f} = \frac{p_{1i}}{(1 + \lambda)} \left[ \cos\theta + \sqrt{\cos^2\theta + \lambda^2 - 1} \right]$$

Quando as massas entre as partículas são próximas, qual o valor máximo do ângulo de espalhamento da partícula 1 ( $\theta$ ), e o valor máximo do momento da partícula 2 ( $p_{2f}$ ) nesta condição?

- A.  $\theta = \frac{\pi}{2} \text{ rad}, p_{2f} = p_{1i}$
- B.  $\theta = 0 \text{ rad}, p_{2f} = 0$
- C.  $\theta = \pi \text{ rad}, p_{2f} = p_{1i}$
- D.  $\theta = \frac{\pi}{2} \text{ rad}, p_{2f} = \frac{p_{1i}}{2}$
- E.  $\theta = \pi \text{ rad}, p_{2f} = \frac{p_{1i}}{2}$

Para lidar com essa situação, vamos imaginar a colisão entre bolas de sinuca. Vamos considerar que elas possuem **massas próximas** e sofrem **colisão elástica**.

Sabemos, da teoria, que o ângulo entre os vetores velocidade delas, após o impacto, forma  $90^\circ$ . Dependendo da forma com que elas se chocam, é possível variar o **ângulo de espalhamento  $\theta$  da partícula 1** (ou seja, o desvio entre os vetores velocidade inicial e final da partícula 1). O **caso limite** ocorre quando uma bolinha passa de raspão em outra. Nesse limite, uma vai para o lado e a outra



segue trajetória aproximadamente para frente, formando  $90^\circ$  nesse limite ( $\theta = \frac{\pi}{2}$ ).

Outra forma de resolver essa parte do exercício, um pouco mais matemática, é pegar a expressão que está dentro da raiz e impor que deve ser maior ou igual a zero, para achar os valores possíveis de  $\theta$ :

$$\cos^2\theta + \lambda^2 - 1 \geq 0$$

A situação limite que mencionamos acontece quando essa expressão é exatamente igual a zero.

Vamos ver a segunda parte do exercício agora. Por ser uma colisão, só agem **forças internas**. Então, ocorre **conservação do momento linear**:

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f$$

$$\therefore \vec{p}_{1i} = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f}$$

Vamos manter  $p_{1i}$  constante. Pensando no valor **máximo** que  $p_{2f}$  (módulo de  $\vec{p}_{2f}$ ) assume na condição acima e nas condições do enunciado (colisão elástica e massas iguais), vemos que ele ocorreria no caso em que  $p_{1f} = 0$  e, portanto:

$$p_{2f} = p_{1i}$$

**Resposta esperada: Alternativa A.**