



www.estudar.com.vc

Cálculo II

Lista de Exercícios

Aulão LIVE PF 2019.1





Lista de Exercícios

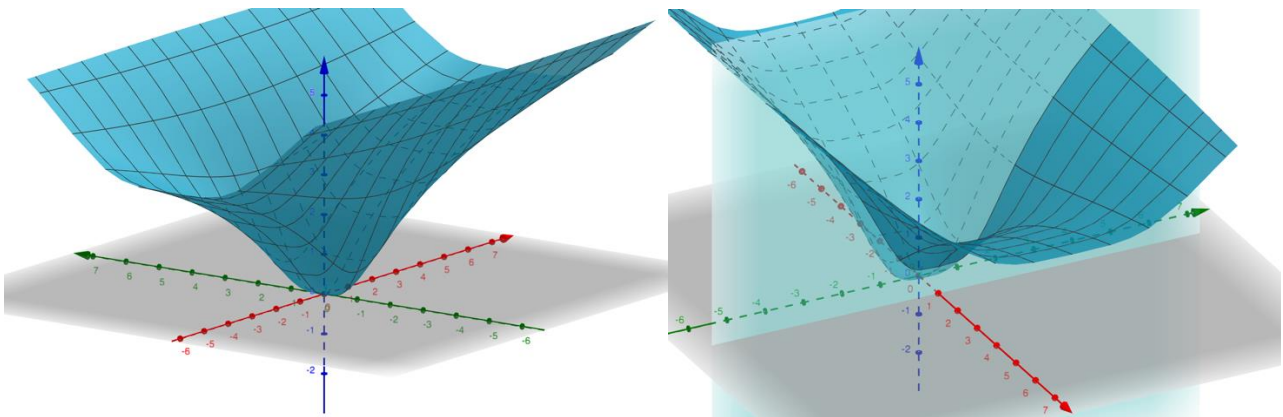
1. Funções de Duas Variáveis

Exercício 1, PF 2018.2

As figuras a seguir mostram perspectivas diferentes para o gráfico da função:

$$f(x; y) = \ln(x^2 + y^4 + 1)$$

E para o plano de equação $x = 1$.



- Determine o ponto $(x_0; y_0)$ em que $\nabla f(x_0; y_0)$ é o vetor nulo, isto é, quando as duas componentes do vetor são iguais a 0.
- Nas condições do item **a** e observando a primeira figura, escreva o que se pode concluir sobre o ponto $(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$.
- Escreva a equação da reta que pertence ao plano de equação $x = 1$ (segunda figura) e é tangente ao gráfico de f no ponto $(1; 2; f(1; 2))$.
- Escreva a equação do plano tangente ao gráfico de f no ponto $(1; 2; f(1; 2))$.



e. Usando as aproximações $\ln 2 = 0,70$ e $\ln 3 = 1,1$, faça uma estimativa para o valor de :

$$\ln(0,98^2 + 2,05^4 + 1)$$

Comparando com o valor obtido diretamente da calculadora, você considera essa aproximação razoável? Justifique brevemente.

2. Regra da Cadeia

Exercício 2, PF 2016.1

Devido a uma grande crise, criou-se um índice de otimismo (F) que leva em consideração dois fatores: potencial de empregabilidade (P) e aumento de consumo das famílias (C):

$$F(P; C) = 0,2 \ln P + C^{1,2}$$

Este índice vem aumentando mês a mês de acordo com os seguintes modelos: $\frac{dP}{dt} = 1,5P$ e $C(t) = 0,005t^2$.

Considere que $t = 0$ representa o dia 1° de maio de 2016; $t = 1$, 1° de junho de 2016, e assim por diante.

a. Sabendo que, em 1° de maio, $P = 1$, explique porque a tendência do potencial de empregabilidade é de aumento para o mês de junho.

b. Obtenha a expressão de $\frac{dF}{dt}$ em função de t .



c. Faça uma estimativa para F para 1° de junho de 2016. Admitindo que, quanto maior o índice, maior o otimismo, pergunta-se: nessa data, a população estará mais otimista? Justifique.

3. Domínio e Curva de Nível

Exercício 3, PF 2016.1 Adaptado

Considere que a produção anual de um país é dada pela função:

$$f(x, y) = x^{0,3}y^{0,7}$$

Em que x é o gasto anual com educação, em bilhões de reais, y o gasto com saúde, em bilhões de reais, e que existe uma restrição orçamentária nesse país tal que $x^2 + y^2 = 3$.

- Determine $g(x, y)$ tal que a restrição dada possa ser escrita como $g(x, y) = 0$. Em seguida, esboce o gráfico de $g(x, y) = 0$ no plano cartesiano.
- Represente, no mesmo plano cartesiano do item **a**, três curvas de nível de f (pode estar fora de escala).

4. Máximos e Mínimos

Exercício 2, PF 2017.2

Considere a função $f(x, y) = \sqrt{2x^2 + 0,5y^2}$.

- Dê o domínio de f .
- Calcule e classifique os máximos e mínimos da função f , se houver.

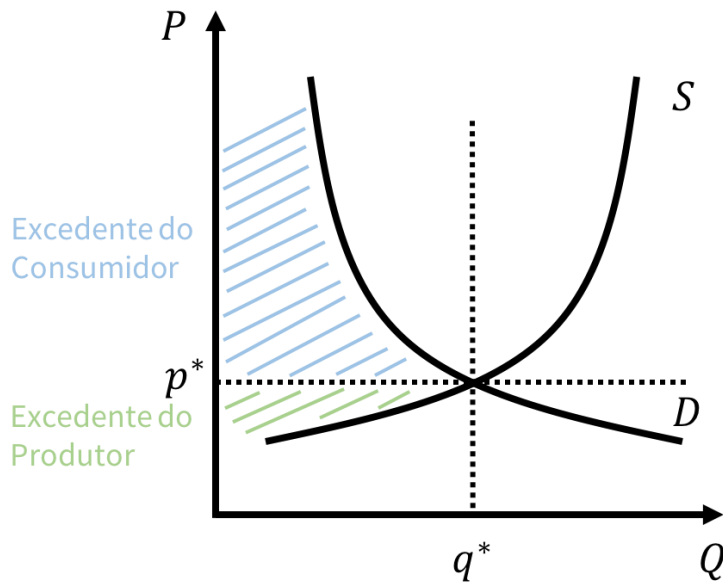


- c.** A função f admite mínimos ou máximos globais? Justifique.
- d.** Considere agora que f esteja restrita a $x + 2y = 1$. Obtenha os pontos de mínimo e/ou de máximo que f assume, se estes existirem.
- e.** Considere agora que f esteja restrita ao domínio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + 2y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$. Faça o gráfico do domínio da função em um plano cartesiano.
- f.** Calcule os pontos de máximo e mínimo locais e globais da função, se houver.

5. Integrais

Exercício 4, PF 2018.2

Suponha que em determinado mercado do bem q a curva de demanda seja dada por uma função D e a curva de oferta por uma função S . Ou seja, dado um preço p , a função de demanda D define a quantidade q a ser demandada e é definida pela equação $p = D(q)$. Já a função S define a quantidade q a ser ofertada e é definida pela equação $p = S(q)$. Definem-se como excedente do consumidor e excedente do produtor as áreas hachuradas da figura abaixo.



Suponha que um determinado mercado do bem q possua a seguinte demanda dada pela função D expressa por:

$$p = D(q) = \frac{20}{q + 1}$$

Em que p representa o preço do bem q . Além disso, a oferta do bem q é dada por:

$$p = S(q) = q + 2$$

- Calcule o preço e a quantidade de equilíbrio no mercado do bem q .
- Calcule o excedente do produtor.
- Calcule o excedente do consumidor.
- Suponha que a função de oferta agora seja dada por $p = S(q) = qe^q$ e que a quantidade de equilíbrio seja $q_e = 2$. Calcule qual será o preço de equilíbrio aproximadamente. Calcule o excedente do produtor.