www.estudar.com.vc

Lista de Exercícios

Máximos e Mínimos

Cálculo II FEI

1. Pontos Críticos

Elaboração própria

Ache os pontos críticos das seguintes funções:

a. $f(x) = x^3 - 3 \cdot x^2 + 1$
b. $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 1}$

2. Ponto Crítico e Teorema do Valor Intermediário

Elaboração própria

Prove que a função $f(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{7 \cdot x^4}{8} + \frac{x^3}{2} + 2 \cdot x^2 - 2 \cdot x + 5$ tem um ponto crítico entre $x = 0$ e $x = 1$.

3. Máximos e Mínimos Absolutos

Elaboração própria

Encontre os valores máximo e mínimo absolutos das seguintes funções, definidas nos respectivos intervalos fechados:

a. $f(x) = x^3 - 3 \cdot x^2 + 1$, definida em $-\frac{1}{2} \leq x \leq 4$.
b. $f(x) = x \cdot \ln(x)$, definida em $e \leq x \leq e^2$.
c. $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 4}$, definida em $-1 \leq x \leq 3$.

4. Máximos e Mínimos

P3 2016.2 Diurno Cálculo I FEI, Exercício 4 Adaptado

Determinar, pela pesquisa de máximos e de mínimos, a equação da reta que contém o ponto $M = (2{,}3)$ e que forma com os eixos x e y do sistema de coordenadas cartesianas, no primeiro quadrante, um triângulo de área mínima.

5. Máximos e Mínimos

P3 2016.1 Cálculo I FEI, Exercício 3 Adaptado

Pela pesquisa de máximo e de mínimo de uma função, calcular a área máxima do retângulo $ABCD$ de lados paralelos aos eixos cartesianos inscritos na elipse $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$.

6. Problemas de Otimização

Elaboração própria

a. A empresa Neon Dynamo Corporation descobriu, após anos de pesquisa, que $L(x) = -\frac{x^3}{3} + 13 \cdot x^2 + 27 \cdot x - 500$, onde x indica quantos carros são vendidos por mês e $L(x)$ é dado em milhares de dólares. Encontre o número de carros vendidos que maximiza o lucro da empresa, e calcule o lucro máximo.

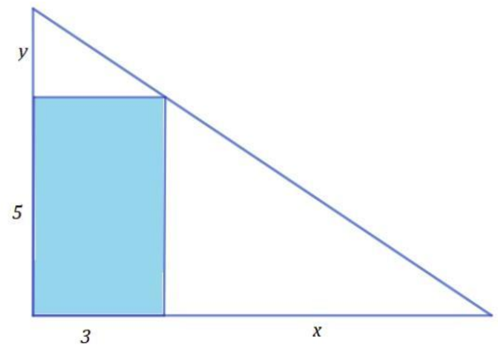
b. Uma família resolveu produzir latas cilíndricas de metal para armazenar 1 litro de suco de laranja. Para ajudar com os custos dessa família, calcule quais devem ser as dimensões da lata, a fim de minimizar os gastos com metal.

c. Encontre o ponto da parábola $f(x) = \frac{x^2}{2}$ mais próximo do ponto $(4,1)$

7. Problemas de Otimização

P2 2016.2 Cálculo I FEI, Exercício 4 Adaptado

Um retângulo de lados $3\ cm$ e $5\ cm$ é inscrito num triângulo retângulo, conforme ilustra a figura abaixo. Pela pesquisa de máximos e mínimos determinar a área máxima ou mínima (decida) do referido triângulo retângulo.



8. Problemas de Otimização

P2 2015.2 Cálculo I FEI, Exercício 4 Adaptado

Num trapézio isósceles, a base menor e as laterais medem $3\ cm$ cada. Determinar, pela pesquisa de ponto máximo e mínimo, o ângulo interno determinado pela maior base e por uma das laterais de modo que a área do trapézio seja máxima.

9. Problemas de Otimização

P2 2014.2 Cálculo I FEI, Exercício 4 Adaptado

O volume de uma caixa retangular reta, sem tampas, de base quadrada é de $500\ cm^3$. Determinar, através da pesquisa de máximos e mínimos, as dimensões dessa caixa de modo que o "custo" C (área de material gasto) para a confecção seja mínimo.

10. Problemas de Otimização

P3 2016.2 Noturno Cálculo I FEI, Exercício 5 Adaptado

De uma folha de cartolina retangular com lados $16\ cm$ e $10\ cm$,retiram-se quadrados de lados iguais de cada canto e, pelo processo de dobradura, monta-se uma caixa sem tampa. Determine o lado do quadrado a ser retirado de modo que o volume da caixa assim formada seja máximo.

11. Problemas de Otimização

P3 2014.2 Cálculo I FEI, Exercício 4 Adaptado

Determine a distância mínima entre o ponto $P(9,0)$ e a parábola $y = 2 \cdot x^2$.

12. Teorema do Valor Médio

Elaboração própria

Para os itens abaixo, ache um valor c que esteja entre a e b que resulte na seguinte relação:

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

a. $f(x) = x^2 + 2 \cdot x + 1$, com $a = 0$ e $b = 1$.
b. $f(x) = \sqrt{x + 1}$, com $a = -1$ e $b = 3$.

13. Teorema do Valor Médio

Elaboração própria

Mostre que $\frac{\arctan(x)}{x} \leq 1$, para qualquer $x > 0$.

Gabarito

1.

a. $x = 0, x = 2$

b. $x = -1, x = 0, x = 1$

2. Resolução em vídeo.

3.

a. Máximo é $f(4) = 17$ e mínimo é $f(-2) = 3$.

b. Máximo é $f(e^2) = 2 \cdot e^2$ e mínimo é $f(e) = e$.

c. Máximo é $f(3) = \frac{8}{13}$ e mínimo é $f(0) = -\frac{1}{4}$.

4. $y = -\frac{3}{2} \cdot x + 6$

5. $30\ u.a.$

6.

a. $x = 27$ carros e $L = 12.480\ mil$

b. $r = \sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}, h = 2 \cdot r$

c. (2,2)

7. A área mínima do retângulo é $A = 30\ cm^2$.

8. O ângulo que maximiza a área do trapézio é $\frac{\pi}{3}\ rad$.

9. A caixa de custo mínimo tem lado da base igual a $10\ cm$ e altura igual a $5\ cm$.

10. $2\ cm$

11. $\sqrt{68}$

12.

a. $c = \frac{1}{2}$

b. $c = 0$

13. Resolução em vídeo.