www.estudar.com.vc

Colisões

Colisão Elástica 1D

Explicação

Um dos tipos de colisão que mais aparece em exercício é a **colisão perfeitamente elástica**. Nessa colisão, a **energia mecânica é conservada**.

Para analisarmos melhor o que será equacionado, veja a seguinte situação abaixo:

Inicialmente, temos uma bolinha 1 com velocidade $\vec{v}_1 = v_1\hat{\imath}$ e uma bolinha 2 com velocidade $\vec{v}_2 = v_2\hat{\imath}$. Depois de sofrerem uma colisão perfeitamente elástica, elas ficam com velocidades $\vec{u}_1 = u_1\hat{\imath}$ e $\vec{u}_2 = u_2\hat{\imath}$.

Como só o choque entre 1 e 2 é relevante (forças peso e normal se anulam), podemos usar **conservação do momento linear**:

$$\boxed{\vec{p}_i = \vec{p}_f}$$

$$(m_1 v_1 + m_2 v_2)\hat{\imath} = (m_1 u_1 + m_2 u_2)\hat{\imath}$$

Lidando apenas com os escalares, temos a seguinte equação:

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2 \quad (I)$$

Além dela, temos que, em **colisões elásticas**, a **energia mecânica é conservada**. Assim:

$$\boxed{E_i = E_f}$$

$$\frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} = \frac{m_1u_1^2}{2} + \frac{m_2u_2^2}{2} \quad (II)$$

Para podermos trabalhar mais facilmente, vamos reescrever (I):

$$m_1u_1 - m_1v_1 = m_2v_2 - m_2u_2$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2 - u_2}{u_1 - v_1} \quad (I')$$

E vamos reescrever (II):

$$m_1u_1^2 - m_1v_1^2 = m_2u_2^2 - m_2v_2^2$$

$$m_1(u_1 - v_1)(u_1 + v_1) = m_2(u_2 - v_2)(u_2 + v_2)$$

$$m_1(u_1 + v_1) = \left(\frac{\boldsymbol{u_2 - v_2}}{\boldsymbol{u_1 - v_1}}\right) m_2(u_2 + v_2) \quad (II')$$

Podemos fazer uma substituição direta de (I') em (II'):

$$m_1(u_1 + v_1) = \frac{m_1}{m_2} \cdot m_2(u_2 + v_2)$$

Obtendo uma terceira equação, bem mais bonita:

$$u_1 + v_1 = u_2 + v_2$$

$$\boldsymbol{u_2} - \boldsymbol{u_1} = v_1 - v_2 \ (III)$$

Essa equação (III) e a (I) formam um sistema linear com incógnitas $\boldsymbol{u_2}$ e $\boldsymbol{u_1}$:

$$\begin{cases} m_1\boldsymbol{u_1} + m_2\boldsymbol{u_2} = m_1v_1 + m_2v_2 \\ \boldsymbol{u_2} - \boldsymbol{u_1} = v_1 - v_2 \end{cases}$$

Resolvendo esse sistema, vamos ter:

$$\boldsymbol{u_1} = \frac{2m_2v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2}$$

$$\boldsymbol{u_2} = \frac{2m_1v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2}$$

Por fim, na forma vetorial, isso ficaria:

$$\vec{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{1}} = \frac{2m_2v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2}\hat{\imath}$$

$$\vec{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{2}} = \frac{2m_1v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2}\hat{\imath}$$