www.estudar.com.vc

Cálculo II

Lista de Exercícios

Aulão LIVE P1 2019

Lista de Exercícios

1. Limite de Funções de Duas Variáveis

Exercício 1, P1 2018 Diurno

Considere o seguinte limite:

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2+y^2}{xy}$$

I. O $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2+y^2}{xy}$ ao longo das retas $y = mx$, $m \in \mathbb{R}$, $m \neq 0$ é zero.

II. O $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2+y^2}{xy}$ ao longo da parábola $y = x^2$ não existe.

III. A função $f(x,y) = \frac{x^2+y^2}{xy}$ é contínua em $(0,0)$, isto é, $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = f(0,0)$.

Considerando as afirmações acima, assinale a alternativa correta.

A. A afirmação I é correta.
B. A afirmação II é correta.
C. As afirmações I e II são corretas.
D. As afirmações I e III são corretas.
E. Todas as afirmações são corretas.

2. Domínio de Funções de Duas Variáveis e Curva de Nível

Exercício 2, P1 2018 Diurno

Seja $z = f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 16}$

a. Determine o domínio da função $z = f(x, y)$.
b. Represente graficamente, a curva de nível $c = 3$ da função $z = f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 16}$.
c. Mostre analiticamente que o ponto $(4,3)$ é um ponto da curva de nível $c = 3$ da função $z = f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 16}$.

3. Derivadas Parciais e Direcionais

Exercício 4, P1 2018 Noturno

A temperatura em uma placa retangular é descrita pela função $T(x, y) = \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4}$.

a. Calcule as derivadas parciais $\frac{\partial T}{\partial x}(x, y)$ e $\frac{\partial T}{\partial y}(x, y)$.
b. Determine a taxa de variação da temperatura no ponto $P = (2,4)$ e na direção do vetor que faz um ângulo $\theta = \frac{\pi}{3}$ com o eixo x positivo.
c. Determine o valor da taxa de variação máxima da temperatura no ponto $P = (2,4)$.
d. Esboce a curva de nível $c = 6$ da função $T(x, y) = \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4}$.
e. Mostre analiticamente que o ponto $(2,4)$ é um ponto da curva de nível $c = 6$ da função $T(x, y) = \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4}$.
f. Represente graficamente o vetor gradiente $\nabla f(2,4)$.

4. Derivadas Parciais

Exercício 4, P1 2018 Diurno

A temperatura no ponto (x, y) de uma placa de metal é modelada por:

$$T(x, y) = 400e^{-\left(\frac{x^2+y}{2}\right)}, x \geq 0 \text{ e } y \geq 0$$

Calcule as derivadas parciais $\frac{\partial T}{\partial x}(x, y)$ e $\frac{\partial T}{\partial y}(x, y)$.

5. Plano Tangente

Exercício 3, P1 2018 Diurno

Determine equações para os planos que sejam tangentes ao gráfico de $f(x, y) = -(x^2 + 2y^2)$ e que contenha a reta r com equação paramétrica dada por r, onde:

$$r: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - u \\ z = -2 + 4u \end{cases}, u \in \mathbb{R}$$

6. P1 2015 Diurno - Exercício 1

Exercício 1, P1 2015 Diurno

Considere a função $z = f\big(s(x,y), t(x,y)\big)$ sendo $s(x,y)$ e $t(x,y)$ definidas abaixo.

$$\begin{cases} s(x,y) = x^2 \ln(2x + 4y^2) \\ t(x,y) = ye^{2x^2} \end{cases}$$

Utilize a regra da cadeia para resolver os itens a seguir.

a. Calcule $\frac{\partial z}{\partial x}$.

b. Calcule $\frac{\partial z}{\partial y}$.

c. Dado o ponto $P(x,y)$ com $x = 0$ e $y = 1$ e sabendo que $\left.\frac{\partial z}{\partial s}\right|_{s=0,t=1} = 1$ e $\left.\frac{\partial z}{\partial t}\right|_{s=0,t=1} = 2$, calcule $\frac{\partial z}{\partial x}$ e $\frac{\partial z}{\partial y}$.