www.estudar.com.vc

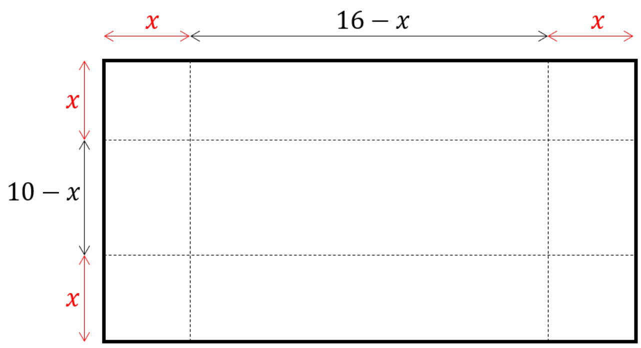
# P3 2016.1 Adaptada FEI
# Otimização

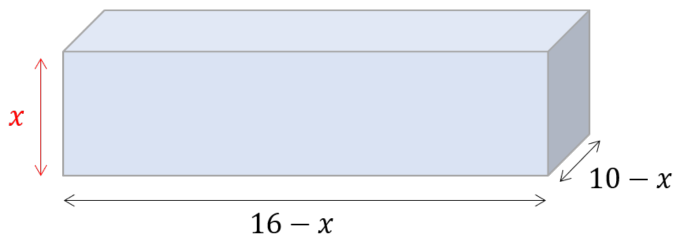
## Exercício 5 Problema de Otimização

Resolução

**5. De uma folha de cartolina retangular com lados $16cm$ e $10cm$, retiram-se quadrados de lados iguais de cada canto e, pelo processo de dobradura, monta-se uma caixa sem tampa. Determine o lado do quadrado a ser retirado de modo que o volume da caixa assim formada seja máximo.**

Seja $x$ o lado de cada um dos quadrados que foi retirado. As figuras a seguir representam a folha, após a retirada desses quadrados, com as linhas de dobra para formar a caixa, e a caixa pronta.




A caixa possui **base** retangular de lados $\mathbf{10 - 2x}$ e $\mathbf{16 - 2x}$, e **altura** igual a $\boldsymbol{x}$. Logo, seu volume, em função de $x$, é dado por:

$$V(x) = (10 - 2x)(16 - 2x)x = 4x^3 - 52x^2 + 160x$$

O valor de $x$ que maximiza esse volume é um **ponto crítico** da função $V$, ou seja, onde a derivada de $V$ se anula nesse ponto.

Derivando a expressão do volume e igualando a zero, temos que:

$$V'(x) = 12\,x^2 - 104x + 160$$

$$= 4(3x^2 - 26x + 40) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 26x + 40 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \ ou \ x = \frac{20}{3}$$

Para saber qual desses dois valores é o procurado, precisamos determinar se eles são **pontos de mínimo** ou de **máximo** de $V$.

Para isso, usamos o **Teste da Segunda Derivada**.

$$V''(x) = 24x - 104$$

Calculando a segunda derivada nos pontos críticos:

$$V''(2) = 24.2 - 104 = -56 < 0$$

$$V''\left(\frac{20}{3}\right) = 24.\frac{20}{3} - 104 = 56 > 0$$

Logo, 2 é um ponto de **máximo local** de $V$, e $\frac{20}{3}$ é um ponto de **mínimo local** de $V$.

Como 2 é o único ponto de máximo local, ele é o ponto de **máximo global** buscado.

Os quadrados retirados da folha de papel devem ter lado $x = 2cm$.

**Resposta esperada:** $2\ cm$