



www.estudar.com.vc

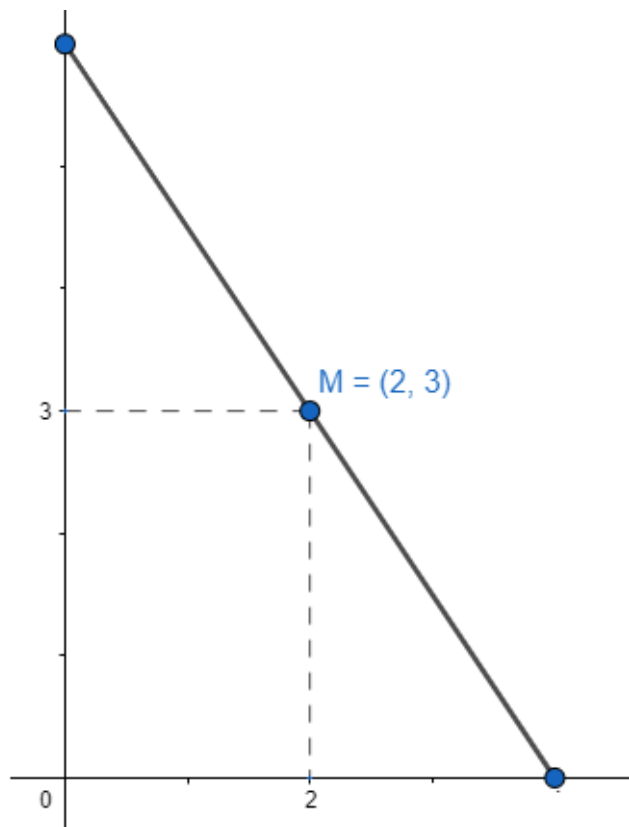
P3 2016.2 FEI
Adaptada
Exercício 4 Máximos e Mínimos
Explicação





4. Determinar, pela pesquisa de máximos e de mínimos, a equação da reta que contém o ponto $M = (2, 3)$ e que forma com os eixos x e y do sistema de coordenadas cartesianas, no primeiro quadrante, um triângulo de área mínima.

Para facilitar, vamos desenhar nosso problema:



Precisamos encontrar a área mínima desse triângulo, para isso, vamos derivar a expressão da área e igualar a 0.

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{x \cdot y}{2}$$

Essa expressão da área, porém, depende de x e y . Precisamos de uma forma de colocar y em função de x .



Por semelhança de triângulos, podemos escrever:

$$\frac{y}{x} = \frac{3}{x-2} \Rightarrow y = \frac{3x}{x-2}$$

Agora, temos uma expressão de y que depende de x . Dessa forma:

$$A = \frac{x \cdot y}{2} = \frac{x \cdot \frac{3x}{x-2}}{2}$$

Arrumando os termos da expressão:

$$A(x) = \frac{3x^2}{2(x-2)} = \frac{3x^2}{2x-4}$$

Agora nos resta derivar e igualar a 0. Para a derivada, vamos usar a [regra do quociente](#):

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$$

Portanto, sendo $A(x) = \frac{3x^2}{2x-4}$:

$$A'(x) = \frac{6x(2x-4) - 3x^2(2)}{(2x-4)^2}$$

Podemos ainda simplificar a expressão:



$$A'(x) = \frac{12x^2 - 24x - 6x^2}{(2(x-2))^2} = \frac{6x^2 - 24x}{4(x-2)^2} = \frac{3x^2 - 12x}{2(x-2)^2}$$

Agora vamos igualar essa expressão a 0:

$$A'(x) = \frac{3x^2 - 12x}{2(x-2)^2} = 0$$

A parte do denominador não pode ser 0, então $x \neq 2$ e agora precisamos analisar somente o denominador:

$$3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x(3x - 12) = 0$$

$$x = 0 \text{ e } x = 4$$

Como estamos falando de lado de triângulo, não podemos usar $x = 0$, então nos resta que o ponto de mínimo é $x = 4$.

Sendo $x = 4$, descobrimos y a partir da expressão que definimos anteriormente:

$$y = \frac{3x}{x-2} = \frac{3 \cdot 4}{4-2} = \frac{12}{2} = 6$$

Assim, temos os pontos de interseção com os eixos: (4,0) e (0,6)

Lembrando da equação da reta: $y = mx + n$

$$(0,6) \Rightarrow 6 = m \cdot 0 + n \Rightarrow n = 6$$



$$(4,0) \Rightarrow 0 = m \cdot 4 + 6 \Rightarrow m = -\frac{3}{2}$$

Assim:

$$y = -\frac{3}{2}x + 6$$

Resposta esperada: **$y = -\frac{3}{2}x + 6$**