# P3 2016.2 FEI

## Adaptada

## Exercício 5 Taxas Relacionadas

## Explicação

5. Uma gota de chuva esférica está derretendo uniformemente de tal maneira que a sua superfície esférica, expressa por $\boldsymbol{S = 4\pi R^2}$, diminui a uma taxa de $\boldsymbol{10\ cm^2/min}$. Quando o raio $\boldsymbol{R}$ medir exatamente $\boldsymbol{5cm}$, calcular a variação do volume $\boldsymbol{V}$ da referida esfera, expresso por $\boldsymbol{V = \frac{4}{3}\pi R^3}$.

O exercício nos pede para encontrar $\frac{dV}{dt}$, dada a taxa $\frac{dS}{dt} = -10\ cm^2/min$.

A expressão do volume é:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Derivando em relação a $t$ dos dois lados:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{4}{3}\pi(3R^2)\frac{dR}{dt} = 4\pi R^2\frac{dR}{dt}$$

Perceba que apareceu um termo $\frac{dR}{dt}$; isso ocorre, pois $R$ depende implicitamente de $t$. Logo, ao realizarmos a derivada, usamos a regra da cadeia.

Já temos a expressão de $\frac{dv}{dt}$, mas não sabemos quanto vale a variação do raio em relação ao tempo $\left(\frac{dR}{dt}\right)$. Temos, porém, o valor de $\frac{dS}{dt}$. Sendo:

$$S = 4\pi R^2$$

Derivando os dois lados em relação a $t$:

$$\frac{dS}{dt} = 4\pi(2R)\frac{dR}{dt} \Rightarrow \frac{dR}{dt} = \frac{\frac{dS}{dt}}{8\pi R}$$

Agora podemos colocar de volta na expressão da taxa de variação do volume:

$$\frac{dV}{dt} = 4\pi R^2 \frac{dR}{dt} = 4\pi R^2 \frac{\frac{dS}{dt}}{8\pi R}$$

Aplicando os dados que o enunciado nos dá ($\frac{dS}{dt} = -10$ e $R = 5$):

$$\frac{dV}{dt} = 4\pi(5)^2 \frac{-10}{8\pi(5)} =$$

$$= -\frac{50}{2} = -25$$

Resposta esperada: A variação do volume é de$-\mathbf{25}\ \boldsymbol{cm^3/min}$.