www.estudar.com.vc

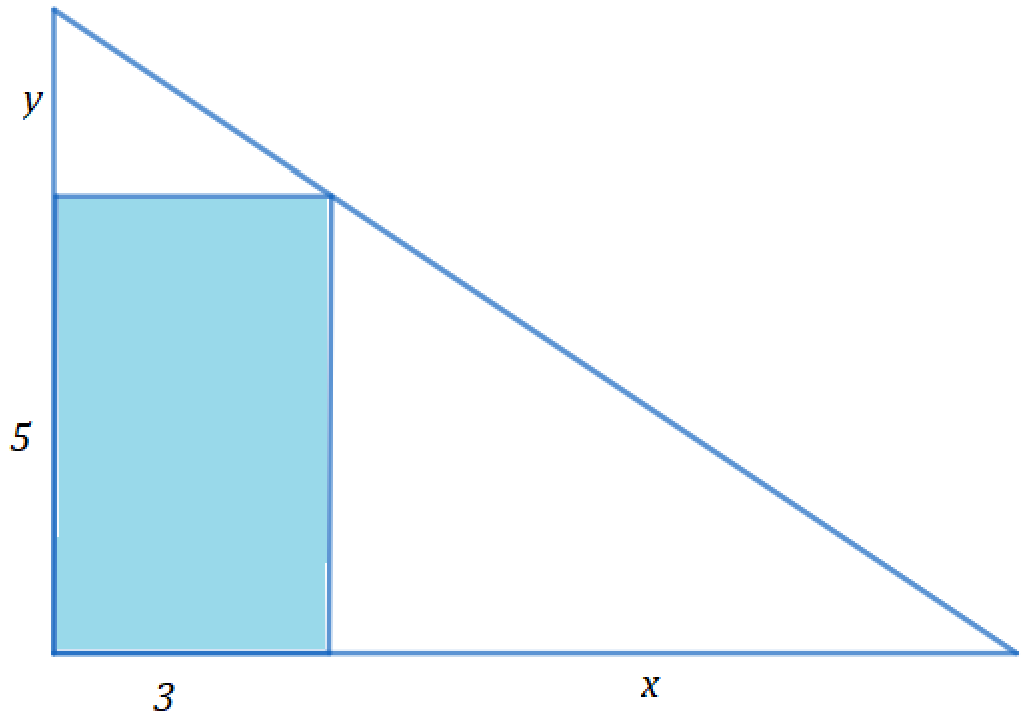
P2 2016.2 FEI

Adaptada

Exercício 4 Maximização

Explicação

4. Um retângulo de lados $3\ cm$ e $5\ cm$ é inscrito num triângulo retângulo conforme ilustra a figura abaixo. Pela pesquisa de máximos e mínimos, determinar a área máxima ou mínima (decida) do referido triângulo retângulo.



Para determinar a área máxima (ou mínima) precisamos **derivar a função** que expressa a área do triângulo e **igualar** ela a $\mathbf{0}$. Assim, teremos seus pontos críticos e poderemos analisá-los.

A área do triângulo é definida por:

$$A = \frac{(3 + x)(5 + y)}{2}$$

Porém, ele depende de duas variáveis, precisamos deixá-la em função somente de x ou de y.

Perceba que, por semelhança de triângulos, $\frac{y}{3} = \frac{5}{x} \Rightarrow y = \frac{15}{x}$.

Substituindo y na fórmula da área:

$$A = \frac{(3+x)\left(5+\frac{15}{x}\right)}{2} = \frac{1}{2}(3+x)\left(5+\frac{15}{x}\right) = \frac{1}{2}\left(15+\frac{45}{x}+5x+15\right)$$

$$A = \frac{5}{2}\left(\frac{9}{x}+x+6\right)$$

Vamos agora derivar essa expressão, que será somente a derivada da soma de polinômios:

$$A' = \frac{5}{2}\left(-\frac{9}{x^2}+1\right)$$

Igualando a 0:

$$\frac{5}{2}\left(-\frac{9}{x^2}+1\right) = 0$$

$$-\frac{9}{x^2}+1 = 0$$

$$\frac{9}{x^2} = 1$$

$$x^2 = 9$$

Assim, $x = -3$ e $x = 3$.

O ponto $x = -3$ pode ser descartado, pois grandezas negativas não fazem sentido.

Temos que $x^2 - 9 = 0$ é uma parábola voltada para cima, assim:

	-3	3
+	-	+

No ponto $x = 3$, a função está decrescendo e volta a crescer, o que caracteriza um ponto de mínimo.

Jogando esse valor na área, temos:

$$A = \frac{5}{2}\left(\frac{9}{x} + x + 6\right) = \frac{5}{2}\left(\frac{9}{3} + 3 + 6\right) = \frac{5}{2}(12) = 30$$

Resposta esperada: A área mínima do retângulo é $\boldsymbol{A = 30cm^2}$.