



www.estudar.com.vc

Cinemática 2D e 3D

Velocidade e Aceleração

Explicação





A trajetória de diversas partículas pode ser descritas pelos vetores posição em função do tempo $\vec{r}(t)$. Esses vetores serão úteis para o cálculo de **velocidade** e **aceleração**.

1. Vetor Velocidade

A **velocidade média** é calculada a partir do **deslocamento** e do **intervalo de tempo** que leva para percorrê-lo:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Um exemplo disso é quando uma partícula tem vetor deslocamento $\Delta \vec{r} = 5\hat{i} - 10\hat{j} \text{ m}$ e o percorre em **5 s**. O vetor velocidade média fica então:

$$\vec{v}_m = \frac{5\hat{i} - 10\hat{j}}{5\text{s}}$$

$$\vec{v}_m = [\hat{i} - 2\hat{j}] \text{ m/s}$$

Já a **velocidade instantânea**, usa-se a derivada, ficando:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \dot{x}(t)\hat{i} + \dot{y}(t)\hat{j} + \dot{z}(t)\hat{k}$$

Um exemplo é com o vetor posição $\vec{r}(t) = (5t - 2)\hat{i} + (t^2 + 3t)\hat{j} + \hat{k}$. O vetor **velocidade** vai ser calculado pela derivada de **cada componente**:



$$x(t) = 5t - 2 \rightarrow \dot{x}(t) = 5$$

$$y(t) = t^2 + 3t \rightarrow \dot{y}(t) = 2t + 3$$

$$z(t) = 1 \rightarrow \dot{z}(t) = 0$$

E por fim, o vetor velocidade fica:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = [5\hat{i} + (2t + 3)\hat{j}] \text{ m/s}$$

2. Vetor Aceleração

O **vetor aceleração média** é calculado a partir da **variação da velocidade** e do **tempo que leva para mudá-la**:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

O mais importante é saber calcular a **aceleração instantânea**, que também sai pela **derivada do vetor velocidade**:

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt}$$

Ou pela **derivada segunda do vetor posição**:

$$\vec{a}(t) = \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2} = \ddot{x}(t)\hat{i} + \ddot{y}(t)\hat{j} + \ddot{z}(t)\hat{k}$$

No exemplo do vetor posição apresentado anteriormente:



$$\dot{x}(t) = 5 \rightarrow \ddot{x}(t) = 0$$

$$\dot{y}(t) = 2t + 3 \rightarrow \ddot{y}(t) = 2$$

E o $\dot{z}(t)$ já tinha dado zero anteriormente. Por fim, o vetor aceleração fica:

$$\vec{a}(t) = 2\hat{j} \text{ m/s}^2$$