P1 2013 Poli USP Adaptada

Exercício 4b Lançamento Oblíquo

Explicação

4. Irapuã, um índio muito mal, lançou uma flecha para atingir Poti a uma distância d, situado à mesma altura, com velocidade de lançamento v_l e ângulo θ. O destemido Poti, não querendo ser atingido, mas percebendo o perigo apenas um pouco depois, lança uma flecha defensiva, também à velocidade de lançamento v_l, quando a flecha de Poti atinge sua altura máxima. Despreze a resistência do ar e considere a aceleração da gravidade como g. Tome instante $t = 0$ quando a flecha de Poti é lançada:

b. Supondo que o ângulo de lançamento da flecha defensiva é suplementar ao de lançamento da flecha de Irapuã, determine esse ângulo em termos das variáveis dadas no enunciado (e não em função de θ).

Primeiro, iremos voltar lá na trigonometria do Ensino Médio e lembrar que **ângulos suplementares** são aqueles que **somados dão 180° ou π** radianos, logo:

$$\theta_p = \pi - \theta$$

Sendo θ_p o ângulo de lançamento da flecha de Poti (defensiva).

Agora, precisamos **encontrar θ**. Sabemos que a flecha de Irapuã precisa **acertar o alvo** a uma distância d. Dessa forma, o **alcance máximo** da flecha será d.

Aqui na Estudar com você, **não queremos** que você **decore fórmulas**, mas se você decorou pode ir sem problemas para o **final da próxima página**, para a fórmula do alcance. Para encontrar o alcance podemos pensar que:

No eixo x, é executado um movimento uniforme, e o tempo para **atingir o alvo** é:

$$V_{0_x} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow t_{total} = \frac{d}{V_{0_x}}$$

Já no eixo y, é executado um movimento uniformemente variado, e o tempo para atingir o alvo é o **dobro** do **tempo de subida ou descida** (no movimento vertical, o tempo para subir e o para descer são iguais). Mas o tempo de subida (t_s) pode ser dado pela **fórmula da velocidade do MUV**, aplicando $V_{f_y} = 0$, pois o ponto final é o de altura máxima (inversão do movimento). Lembrando que no item "a" já foi **adotado referencial positivo** para **cima em y**, temos:

$$V_{f_y} = V_{0_y} - gt_s \Rightarrow t_s = \frac{V_{0_y}}{g} \Rightarrow t_{total} = \frac{2V_{0_y}}{g}$$

Igualando os t_{total}:

$$\frac{d}{V_{0_x}} = \frac{2V_{0_y}}{g}$$

Aplicando, do item "a", os valores de V_{0_x} e V_{0_y} em função de V_l e θ:

$$\frac{d}{V_l cos\theta} = \frac{2V_l sen\theta}{g}$$

Rearranjando e fazendo $2 \cdot sen\theta \cdot cos\theta = sen2\theta$, teremos a **fórmula do alcance** d, na qual podemos isolar θ:

$$d = \frac{V_l^2 sen2\theta}{g} \Leftrightarrow sen2\theta = \frac{dg}{V_l^2} \Leftrightarrow \theta = \frac{1}{2}\, arcsen\left(\frac{dg}{V_l^2}\right)$$

$$\therefore \theta_p = \pi - \frac{1}{2}\, arcsen\left(\frac{dg}{V_l^2}\right)$$

Resposta esperada: $\boldsymbol{\theta_p = \pi - \frac{1}{2}\, arcsen\left(\frac{dg}{V_l^2}\right)}$