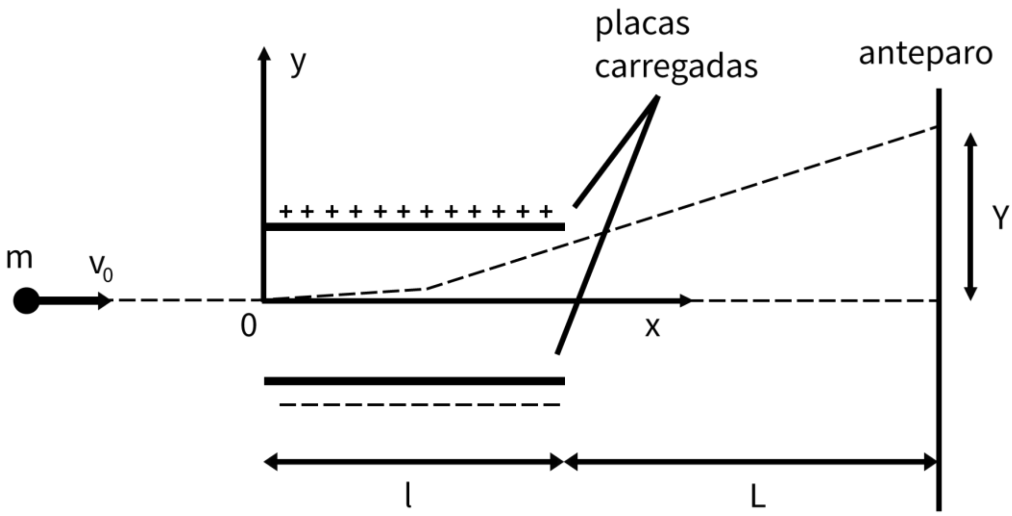
www.estudar.com.vc

P1 2013 Poli USP Adaptada

Exercício 3a Cinemática Vetorial

Explicação

3. A chegada da televisão mudou o dia-a-dia de muitas famílias. Seu princípio de seu funcionamento, pelo menos no início, residiu na ejeção de elétrons no televisor do lado de dentro. Uma partícula de massa m (muito pequena) e velocidade horizontal v_0 incide em uma região entre duas placas paralelas eletricamente carregadas, conforme mostra a figura abaixo. Ao percorrer essa região, por possuir certa carga, a partícula é submetida a uma força vertical F, constante, para cima. Sabendo-se que o comprimento das placas é igual a l e desprezando o efeito da aceleração da gravidade frente à ação da força F, determine:



a. O vetor posição da partícula $\vec{r}(t)$ em função do tempo, quando esta se encontra entre as placas paralelas eletricamente carregadas. Considere que a origem do sistema de coordenadas é o lado esquerdo das placas e que a partícula passa pela origem do sistema de coordenadas no instante $t = 0\ s$, conforme mostra a figura. Expresse o resultado em termos de m, v_0, F e t.

O vetor posição da partícula em função do tempo $\vec{r}(t)$ é a variação através do tempo de um **vetor** que liga a partícula à **origem** do sistema de coordenadas, escrito em função dos versores desse sistema ($\hat{\imath}$ na direção de x, horizontal e $\hat{\jmath}$ na direção de y, vertical). Sendo assim, podemos indicá-lo desse modo:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_x(t) + \vec{r}_y(t) = \Delta S_x\, \hat{\imath} + \Delta S_y\, \hat{\jmath}$$

Aplicando isso no exercício vemos que no **eixo $\boldsymbol{x}$** (horizontal) não há atuação de forças ($\vec{R}_x = \mathbf{0}$) e, portanto, o **movimento é uniforme**. Logo, a variação do espaço da partícula, na horizontal (ΔS_x), é dada apenas em função de v_0. Isso implica que a componente do vetor posição no eixo x (a variação do espaço vetorial na direção de $\hat{\imath}$) varia do mesmo modo. Adotando que a posição inicial é zero em $t = 0s$, temos:

$$\Delta S_x = v_0 t \;\Rightarrow\; \vec{r}_x(t) = (v_0 t)\, \hat{\imath}$$

Por outro lado, no **eixo $\boldsymbol{y}$**, há a **ação da força F**, constante, então o movimento nesse eixo é **uniformemente acelerado**. Por conta disso a variação do espaço no eixo y (ΔS_y) fica:

$$\Delta S_y = \frac{at^2}{2}$$

Já que $v_{0_y} = 0$, pois a variação do espaço no eixo y só começa após entrar na região das placas ($t = 0$). Pela **segunda lei de Newton**, aplicada no **eixo $\boldsymbol{y}$**:

$$\vec{R}_y = \vec{F} = m\,\vec{a}$$

Adotando também o sentido para cima do eixo y como positivo, e pondo módulo dos dois lados na equação acima, podemos substituir a por $\frac{F}{m}$ na equação do ΔS_y:

$$\Delta S_y = \frac{Ft^2}{m2}$$

$$\vec{r}_y(t) = \Delta S_y\,\hat{j} \Rightarrow \vec{r}_y(t) = \left(\frac{Ft^2}{2\,m}\right)\hat{j}$$

Como $\vec{r}(t) = \vec{r}_x(t) + \vec{r}_y(t)$ (ou seja, o vetor posição é a soma de suas componentes horizontais e verticais), ficamos com:

$$\vec{r}(t) = (v_0 t)\,\hat{\imath} + \left(\frac{Ft^2}{2\,m}\right)\hat{j}$$

Resposta esperada: $\boldsymbol{\vec{r}(t) = (v_0 t)\,\hat{\imath} + \left(\frac{Ft^2}{2\,m}\right)\hat{j}}$