www.estudar.com.vc

P1 2013 Poli USP Adaptada

Exercício 2b Força Resultante Centrípeta

Explicação

2. Objetos geoestacionários (que executam órbitas geoestacionárias) são aqueles que, orbitando, ficam "parados" em relação a um ponto qualquer na superfície terrestre. Considere que um robô chamado "Wall-e" de massa m executa uma órbita geoestacionária circular de raio R concêntrica com o globo terrestre. Adotando um sistema de referencial polar com centro no planeta Terra, determinar:

b. O raio da órbita circular em função do período do MCU (movimento circular uniforme), da massa *M* da Terra e da constante da gravitação universal, *G*.
Dados: Força gravitacional (módulo): $F = \frac{G\,m\,M}{R^2}$

O MCU (movimento circular uniforme) que o robô executa tem, por característica, que o **módulo** da velocidade do objeto **não varia**. Porém, sua **direção varia** (lembrar que velocidade é um vetor) por conta da ação da aceleração centrípeta.

A aceleração centrípeta é **causada** pelo o que chamados de **força resultante centrípeta** ($\vec{F}_{cp}$). No caso desse exercício, ela é a própria **força gravitacional** ($\overrightarrow{F_g}$) entre a Terra e o satélite. Mas antes de pensar que o exercício é de gravitação, vejam que o módulo dessa força é fornecido embaixo do enunciado. Nele, M é a massa da Terra, R a distância entre o satélite e a Terra e G uma constante.

Como não há outras forças atuantes no satélite na direção radial, fica assim:

$$\vec{F}_{cp} = \vec{F}_g \quad (I)$$

Vamos lembrar que o módulo de $\vec{F}_{cp}$ é dado por:

$$|\vec{F}_{cp}| = \frac{m \cdot v^2}{R} \quad (II)$$

Sendo m a massa do corpo que sofre a ação e v o módulo de sua velocidade.

Substituindo (I) em (II), temos:

$$\frac{G \cdot m \cdot M}{R^2} = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

Rearranjando a equação e aplicando, da teoria de MCU, a **velocidade tangencial de uma volta**:

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T}$$

$$R = \frac{G \cdot M}{v^2} = \frac{G \cdot M \cdot T^2}{(2 \cdot \pi \cdot R)^2} \Leftrightarrow R_{robô} = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M \cdot {T_{robô}}^2}{4 \cdot \pi^2}}$$

Resposta esperada: $\boldsymbol{R_{robô} = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M \cdot {T_{robô}}^2}{4 \cdot \pi^2}}}$