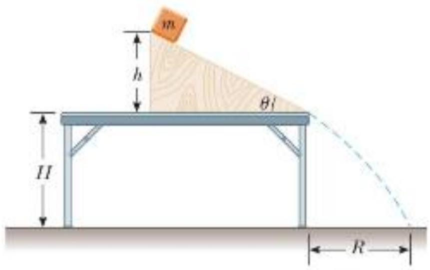
P1 2015 Poli USP
Resolução
Exercício 7c Plano Inclinado e Força de Atrito
Explicação

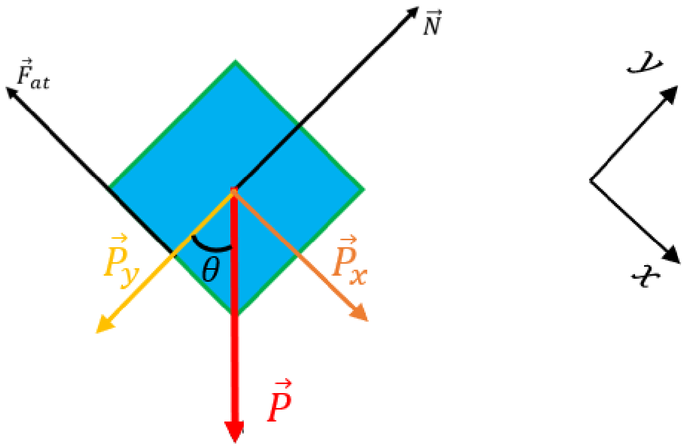
7. Um bloco de massa $m = 2,00\ kg$ desliza sobre um plano inclinado que faz um ângulo $\theta = \frac{\pi}{4}$ com a horizontal. O plano tem uma superfície rugosa, cujo coeficiente de atrito cinético μ_c é igual a 0,2. O bloco localiza-se inicialmente no topo do plano, a uma altura $h = 0,50\ m$ com a horizontal, e inicia seu movimento a partir do repouso. O plano está montado sobre uma mesa de altura $H = 2,25\ m$. Ao final do deslizamento ao longo do plano, o bloco cai sob ação da força peso e de uma força de resistência do ar. Veja a figura para um esquema da situação.



$\left(use\ \sin\frac{\pi}{4} = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

c. Determine o vetor velocidade $\vec{v}$ do bloco quando o mesmo atinge o final do plano inclinado. Escreva sua resposta na forma $\vec{v} = v_{0x}\hat{\imath} + v_{0y}\hat{\jmath}$.

Nesse item, adotaremos primeiro um sistema de referência com eixo x paralelo à superfície do plano, com sentido "descendo", e y perpendicular a essa superfície com sentido "para cima". Decompondo o peso no diagrama de forças, teremos:



Os módulos dessas componentes, nos eixos x e y, podem ser calculados aplicando definições de $sen\theta$ e $cos\theta$ na figura. Ao aplicar a 2ª lei de Newton em ambos os eixos (lembrando que no eixo y a resultante é nula), vamos ter:

$$\text{Do eixo } y: \vec{N} + \vec{P_y} = \vec{0} \Rightarrow N - mgcos\theta = 0 \Rightarrow N = mgcos\theta$$

$$\text{Do eixo } x: \vec{P_x} + \vec{F}_{at} = m\vec{a} \Rightarrow mgsen\theta - F_{at} = ma$$

Lembrando que para o atrito cinético $F_{at} = \mu_c N$ e substituindo N da equação do eixo y já diretamente nessa equação do atrito, ficamos com:

$$mgsen\theta - \mu_c mgcos\theta = ma \Rightarrow a = g(sen\theta - \mu_c cos\theta)$$

$$a = 10\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 0{,}2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 4\sqrt{2}\, m/s^2$$

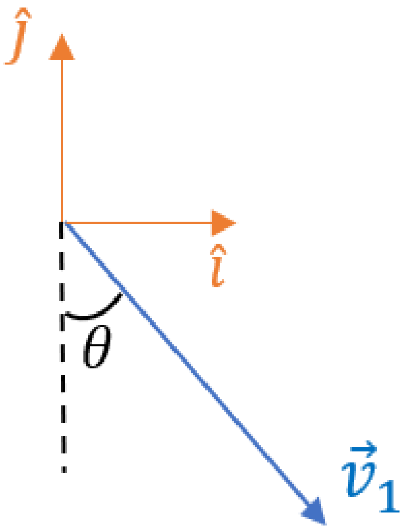
O movimento inicia-se a **partir do repouso** com **aceleração constante** de valor calculado acima. Por isso podemos calcular a velocidade v_1 ao sair do plano a partir da fórmula de **Torricelli** ($V^2 = V_0^2 + 2a\Delta S$).

O $\Delta \boldsymbol{S}$ dessa fórmula, ao olhar para a figura do enunciado, é o deslocamento no eixo x adotado, ou seja, a **hipotenusa** do triângulo retângulo do **plano inclinado**. Substituindo esse ΔS por $\frac{h}{sen\theta}$ (vem da aplicação de $sen\theta$ nesse triângulo retângulo), temos:

$$\Rightarrow v_1^2 = 2 \cdot 4\sqrt{2} \cdot \frac{h}{sen\theta} \Rightarrow v_1^2 = 2 \cdot 4\sqrt{2}\frac{2}{2\sqrt{2}} = 8$$

$$\therefore v_1 = 2\sqrt{2}\, m/s$$

Essa velocidade encontrada está **na direção** do eixo x adotado. Porém, o exercício pede $\vec{v} = v_{0x}\hat{\imath} + v_{0y}\hat{\jmath}$. Como os versores $\hat{\imath}$ e $\hat{\jmath}$ não estão explicitados, entende-se que são os versores na direção **horizontal**, sentido para **direita**, e **vertical**, sentido para **cima**, respectivamente.



Representando, então, o vetor $\vec{v}_1$ em um plano com os versores $\hat{\imath}$ e $\hat{\jmath}$, teremos em função de $sen\theta$ e $cos\theta$:

$$v_{0x} = v_1 sen\theta = 2\ m/s$$

$$v_{0y} = v_1 cos\theta = 2\ m/s$$

Como $\vec{v}_{0y}$ está na direção negativa de $\hat{\jmath}$, $\vec{v}_1$ fica assim:

$$\vec{v} = (2\hat{\imath} - 2\hat{\jmath})\ m/s$$

Resposta esperada: $\boldsymbol{\vec{v} = (2\hat{\imath} - 2\hat{\jmath})\ m/s}$.