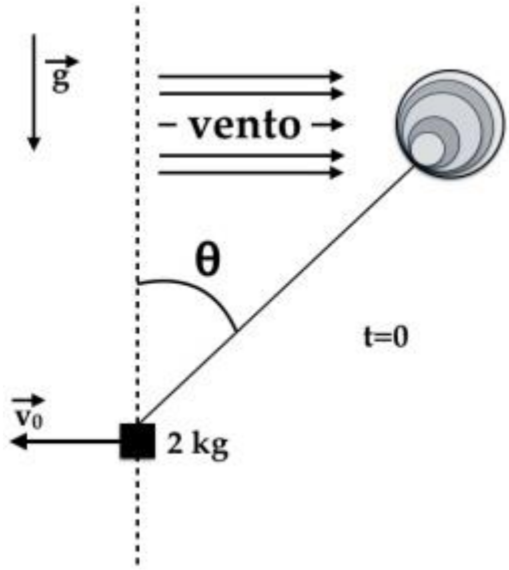
www.estudar.com.vc

# P1 2016 Poli USP Resolução

## Exercício 7 Cinemática e Dinâmica

Explicação

**7. Um balão está preso a um bloco por meio de um fio ideal (massa desprezível e inextensível). A massa do bloco é de $2,0\ kg$. A tensão (módulo) no fio entre o bloco e o balão é de $30\ N$. O vento arrasta o balão de modo que o fio faz um ângulo $\theta$ ($cos\theta = 4/5\ e\ sin\,\theta = 3/5$) em relação à vertical (ver figura abaixo). Assuma que o módulo da aceleração da gravidade no local é $g = 10\ m/s^2$. Assuma ainda que o bloco é pequeno, de maneira que a força do vento sobre o bloco é desprezível. A figura mostra o vetor velocidade inicial $\vec{v}_0$ do bloco cujo módulo é $10\ m/s$.**




**a. Faça um diagrama das forças que atuam sobre o bloco. Comente (uma ou duas frases) a origem de cada força de seu diagrama. Defina um sistema de coordenadas e escreva as forças do seu diagrama neste sistema.**

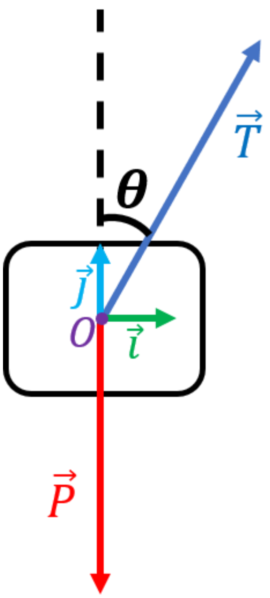
**b. Determine a aceleração do bloco (enuncie leis físicas utilizadas).**

**c. Considere $\theta$ constante durante toda a dinâmica do sistema e determine $\vec{r}(t)$ (2D apenas) para o bloco (enuncie princípios e resultados matemáticos utilizados).**

**d. Com base em seus resultados, faça uma descrição qualitativa da trajetória do bloco. Relacionando sua descrição com os resultados para os itens anteriores (dica: faça um esquema para indicar a trajetória, como um tracejado com setas).**

**e. Considere que o balão tem massa desprezível e que a força do vento sobre o balão tem componente apenas ao longo da horizontal (eixo $x$). Determine a força do vento sobre o balão (enuncie hipóteses, critérios, etc).**

**a.** Adotando um referencial com eixos $\boldsymbol{x}$ ($\hat{\imath}$) e $y$ ($\hat{\jmath}$) **horizontal** para **direita** e **vertical** para **cima**, respectivamente, e com origem no centro do bloco, teremos:




A força **peso** $\vec{P}$ provém da **aceleração gravitacional** $\vec{g}$ (sempre na direção vertical apontando para baixo, na direção do centro da Terra, com módulo $g$). A tração $\vec{T}$ advém do fio ligado ao balão. As duas podem ser escritas no sistema adotado na forma:

$$\vec{P} = -mg\hat{\jmath}$$
$$\vec{T} = |\vec{T}|cos\theta\ \hat{\imath} + |\vec{T}|sen\theta\ \hat{\jmath}$$

Aplicando os valores do enunciado teremos:

$$\vec{P} = -20\ \hat{\jmath}\ N \text{ e } \vec{T} = (18\ \hat{\imath} + 24\ \hat{\jmath})\ N$$

**Resposta esperada: Diagrama de forças e $\boldsymbol{\vec{P} = -20\ \hat{\jmath}\ N\ ;\vec{T} = (18\ \hat{\imath} + 24\ \hat{\jmath})\ N}$.**

**b.** Vamos encontrar a aceleração do bloco aplicando a Segunda Lei de Newton:

$$\vec{F}_R = m\vec{a} = ma_x\hat{\imath} + ma_y\hat{\jmath}$$

Porém, $\vec{F}_R = \vec{P} + \vec{T}$, e, portanto:

$$-20\,\hat{j} + 18\,\hat{\imath} + 24\,\hat{j} = 2 \cdot \vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{18\,\hat{\imath} + 4\,\hat{j}}{2} = (9\,\hat{\imath} + 2\,\hat{j})\; m/s^2$$

**Resposta esperada:** $\boldsymbol{\vec{a} = (9\,\hat{\imath} + 2\,\hat{j})\; m/s^2}$.

**c.** No item, encontramos valores de aceleração constantes para **cada eixo** do sistema. Logo, em ambos os eixos o bloco **executa um MUV** (movimento uniformemente variado) e, assim, podemos definir seus espaços escalares como:

$$x(t) = x_0 + v_{0_x} t + \frac{a_x t^2}{2}$$

$$y(t) = y_0 + v_{0_y} t + \frac{a_y t^2}{2}$$

Adotamos a **origem** no próprio **centro** do **bloco**. Por isso, $x_0 = 0$ e $y_0 = 0$. O **vetor posição** do bloco então pode ser definido como:

$$\vec{r}(t) = x(t)\,\hat{\imath} + y(t)\,\hat{j}$$

Pelo enunciado temos que $\vec{v}_0 = -10\,\hat{\imath}\; m/s$ , porém podemos também dizer que:

$$\vec{v}_0 = (v_{0_x}\,\hat{\imath} + v_{0_y}\,\hat{j})\; m/s \Rightarrow v_{0_x} = -10\; m/s \text{ e } v_{0_y} = 0$$

Substituindo também os valores de aceleração para cada eixo ($a_x = 9\; m/s$ e $a_y = 2\; m/s$), teremos enfim:

$$x(t) = -10t + \frac{9t^2}{2} \;\; e \;\; y(t) = \frac{2t^2}{2}$$

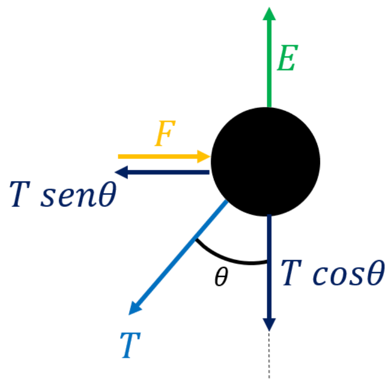
$$\therefore \vec{r}(t) = \left[\left(-10t + \frac{9t^2}{2}\right)\hat{\imath} + t^2\hat{\jmath}\right] m$$

**Resposta esperada:** $\boldsymbol{\vec{r}(t) = \left[\left(-10t + \frac{9t^2}{2}\right)\hat{\imath} + t^2\hat{\jmath}\right] m.}$

**d.** O bloco possui uma **velocidade inicial** na direção **negativa** (esquerda) de $x$ e, portanto, irá seguir certo tempo nessa direção. Porém, conforme calculamos no item **b.**, o bloco sofre **acelerações positivas** em ambos os eixos e então a tendência dele é subir (eixo $y$ positivo) e ir para a direita (eixo $x$ positivo) logo depois. Um gráfico indicativo dessa trajetória segue abaixo:

**Resposta esperada: Trajetória indicada na figura ou descrição contendo informações dos sentidos em cada direção que a partícula se moverá.**

**e.** Primeiramente, é muito importante desenhar o diagrama de corpo livre do corpo, no caso o balão. Lembre-se que não haverá ação da força peso e existem as forças de empuxo e de resistência do ar (esta, só horizontal).




Para encontrar o valor de $F$ vamos aplicar a Segunda Lei de Newton no eixo $x$. Como a **massa** é considerada **desprezível** ($m \approx 0$) teremos:

$$F - Tsen\theta = ma_{Balão} \Rightarrow F - Tsen\theta \approx 0$$

$$F \approx Tsen\theta = 30 \cdot \frac{3}{5} \Rightarrow F \approx 18N$$

**Resposta esperada: $F \approx 18N$.**